CUADERNO DE EJERCICIOS

Matemática





Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN



CUADERNO DE EJERCICIOS

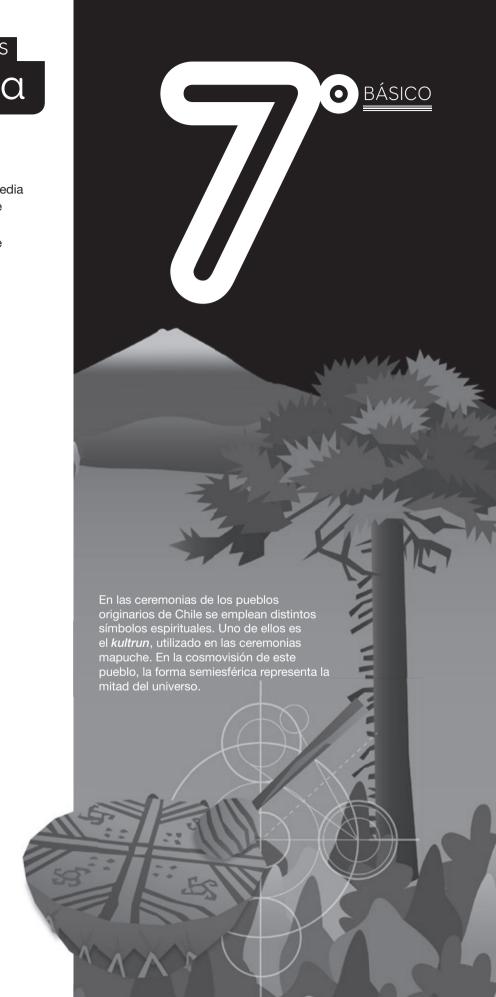
Matemática

M. Antonieta Santis Ávalos

Estadístico

Licenciada en Matemática Profesora de Matemática Educación Media Pontificia Universidad Católica de Chile

Pontificia Universidad Católica de Chile



Matemática 7.º básico Cuaderno de ejercicios

El Cuaderno de ejercicios de Matemática 7.º básico, es una creación del Departamento de Estudios pedagógicos de Ediciones SM, Chile.

Dirección editorial

Arlette Sandoval Espinoza

Coordinación editorial

María José Martínez Cornejo

Coordinación área Matemática

Carla Frigerio Cortés

Edición

Catalina Manosalva Iturriaga

Gladys Osorio Railef

María Antonieta Santis Ávalos

Autoría

María Antonieta Santis Ávalos

Corrección de estilo y prueba

Loreto Navarro Loyola

Desarrollo de solucionario

Gerardo Muñoz Díaz

José Antonio Romante Flores

Dirección de arte

Carmen Gloria Robles Sepúlveda

Coordinación de diseño

Gabriela de la Fuente Garfias

Diseño de portada

Estudio SM

Diseño y diagramación

Madelaine Inostroza Vargas

Fotografía

Archivo editorial

Gestión de derechos

Loreto Ríos Melo

Jefatura de producción

Andrea Carrasco Zavala

Este cuaderno de ejercicios corresponde al Séptimo año de Educación básica y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 614/2013, del Ministerio de Educación de Chile.

©2015 - Ediciones SM Chile S.A. - Coyancura 2283 piso 2 - Providencia

ISBN: 978-956-349-949-0 / Depósito legal: 261001

Se terminó de imprimir esta edición de xxx.xxx ejemplares en el mes de xx del año 2017.

Impreso por A impresiones

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

Presentación

Estimado y estimada estudiante:

El siguiente material fue diseñado para reforzar y profundizar los conocimientos y habilidades que trabajarás durante este curso. Te encontrarás con actividades que te motivarán para comenzar el estudio de nuevos conocimientos, repasando aquellos necesarios para enfrentar con éxito cada nueva unidad. Este material está organizado en las mismas secciones y lecciones del texto e incluye recursos para realizar en forma individual y grupal, además de páginas destinadas a actividades de integración y evaluación, como también páginas enfocadas a la resolución de problemas. Al finalizar cada unidad tendrás disponible actividades de cierre que integran los conocimientos y habilidades adquiridas durante el trabajo en ellas. Para maximizar el espacio e incluir la mayor cantidad de ejercicios y problemas te pedimos que realices los desarrollos en tu cuaderno y solo escribas tu respuesta en este Cuaderno, ya que contarás con un espacio para ello. Por último, en las páginas finales encontrarás las soluciones a los ejercicios y problemas incluyendo más de una opción para aquellas preguntas que lo requieran.

Este Cuaderno de ejercicios pertenece a:				
Del curso:				
Del colegio:				
Der coregio.				

¡Buena suerte!

Índice

Unidad 1 Números

Sección 1	Números er	nteros	
	Lección 1	¿Cómo es el conjunto	
		de los números enteros?	6
	Lección 2	¿Cómo se pueden representar	
		y ordenar los números enteros?	
	Lección 3	¿Cómo sumar números enteros?	
	Lección 4	¿Cómo restar números enteros?	
	Lección 5	¿Cuáles son las propiedades de la ad	
		de números enteros?	
	¿Cómo voy	?	16
	Resolución	de problemas	18
Sección 2	Fracciones,	decimales y porcentajes	
	Lección 6	¿Cómo se relacionan las	
		fracciones con los números	
		decimales?	20
	Lección 7	¿Cómo se multiplican y	
		dividen fracciones?	22
	Lección 8	¿Cómo se multiplican y	
		dividen decimales?	24
	Lección 9	¿Qué es y cómo representar	
		un porcentaje?	26
	Lección 10	¿Cómo calcular porcentajes?	28
	Lección 11	¿Cómo se utilizan los porcentajes	
		en la vida cotidiana?	30
	¿Cómo voy	?	32
	Resolución	de problemas	34
Sección 3	Potencias		
	Lección 12	¿Cómo representar números	
		utilizando potencias de base 10?	36
	Lección 13	¿Cómo se relacionan las	
		potencias de base 10 con	
		el sistema decimal?	38
	Lección 14	¿Qué es la notación científica?	40
	¿Cómo voy	?	42
	Resolución	de problemas	44
:Oué apre	ndí?		46

Unidad 2 Álgebra y relaciones proporcionales

Sección 4	Álgebra		
	Lección 15	¿Cómo representar con	
		lenguaje algebraico?	48
	Lección 16	¿Cómo reducir términos	
		semejantes?	50
	Lección 17	¿Cómo resolver ecuaciones?	52
	Lección 18	¿Cómo resolver inecuaciones?	54
	Lección 19	¿Cómo resolver problemas con	
		ecuaciones e inecuaciones?	
	¿Cómo voy	?	58
	Resolución	de problemas	60
Sección 5	Relaciones	oroporcionales	
	Lección 20	¿Cómo se relacionan dos	
		variables?	62
	Lección 21	¿Cómo modelar la	
		proporcionalidad directa?	64
	Lección 22	¿Cómo representar la	
		proporcionalidad directa?	66
	Lección 23	¿Cómo modelar la	
		proporcionalidad inversa?	68
	Lección 24	¿Cómo representar la	
	,	proporcionalidad inversa?	
		¿Qué es una escala?	
	,	?	
	Resolución	de problemas	76
	1/2		
¿Qué aprei	ndi?		78

Unidad 3 Geometría

Socción 6	Polígones		
Seccion 6	Polígonos		
	Lección 26	¿Cuánto suman los ángulos interiores y exteriores de un polígono?	80
	Lección 27	¿Cómo calcular el área	
		de algunos polígonos?	
		?	
	Resolución	de problemas	86
Sección 7	Círculo y cir	cunferencia	
	Lección 28	¿Qué son una circunferencia y un círculo?	88
	Lección 29	¿Cuáles son los elementos del círculo?	89
	Lección 30	¿Cómo estimar el perímetro de un círculo?	90
	Lección 31	¿Cómo estimar el área de un círculo?	
		?	
		de problemas	
Sección 8	Construccio	nes geométricas	
	Lección 32	¿Cómo construir rectas	
		perpendiculares y paralelas?	98
	Lección 33	¿Cómo construir bisectrices	
		y alturas?	100
	Lección 34	¿Cómo construir transversales	
	/ .=	de gravedad y simetrales?	102
	Leccion 35	¿Cómo construir una circunferencia circunscrita y una inscrita?	104
	Lacción 36	¿Cómo construir triángulos	104
	Ecccion 50	congruentes?	106
	Lección 37	¿Cómo construir cuadriláteros	
		congruentes?	108
	¿Cómo voy	?	110
	Resolución	de problemas	112
Sección 9	Plano cartes	siano	
	Lección 38	¿Cómo ubicar puntos	
		en el plano cartesiano?	114
	Lección 39	¿Cómo desplazar objetos	
		por medio de vectores?	116
		?	
	Resolución	de problemas	120
¿Qué apre	ndí?		122

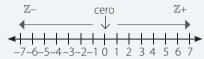
Unidad 4 Estadística y probabilidad

Sección 10	Muestreo y	representación de datos	
	Lección 40	¿Qué es una población y una muestra	?124
	Lección 41	¿Cómo debe ser la muestra?	126
	Lección 42	¿Cómo organizar datos?	128
	Lección 43	¿Qué gráfico utilizar?	130
	¿Cómo voy	?	132
	Resolución	de problemas	134
Sección 11	Medidas de	tendencia central	
	Lección 44	¿Qué es la media aritmética	
		o promedio?	136
	Lección 45	¿Qué es la moda?	138
	Lección 46	¿Qué es la mediana?	140
	Lección 47	¿Cómo comparar muestras	
		utilizando las medidas de tendencia	
		central?	
		?	
	Resolución	de problemas	146
Sección 12	Probabilida	d	
		¿Qué es un experimento aleatorio?	148
	Lección 49	¿Cómo estimar la probabilidad	
		mediante la frecuencia relativa?	150
	Lección 50	¿Cómo determinar la probabilidad	
	/ =4	teóricamente?	152
	Leccion 51	¿Cómo calcular probabilidades	154
	Cáma	usando diagramas de árbol?	
		?	
	resolucion	de problemas	138
:Oué apror	ndí?		160
ZQue aprei	iui:		100
Solucionari	io		162

Conocer los números enteros y dar significado a los signos positivo y negativo.

¿Cómo es el conjunto de los números enteros?

El conjunto de los **números enteros** se denota con el símbolo \mathbb{Z} . Está compuesto por los números naturales, el cero y los opuestos de los números naturales.



El **inverso aditivo** (opuesto) de cualquier número **x** es otro número que al sumarlo con **x** da como resultado cero.



Los inversos aditivos están a igual distancia del 0 en la recta numérica.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Clasifica los números enteros en positivos o negativos.

Números negativos	Números positivos
-9, -10, -3, -13	3, 6, 5, 12

a. -32, 19, -76, -108, 302, 543, -903, 1270

Números negativos	Números positivos

b. 1456, -984, -7080, -2002, 543, 15466

Números positivos

2. Representa con un número entero la información de cada frase.

Una pérdida de \$ 23 000. —23 000

- a. Una ganancia de \$23000._____
- b. Seis pisos hacia arriba.
- c. Tres pisos hacia abajo.
- d. 15 pasos hacia atrás.
- a. 13 pasos riacia atras.
- e. 12 pasos hacia adelante.
- f. No hay variación de temperatura.
- g. La temperatura bajó seis grados.

3. Escribe una oración que se pueda asociar a cada número entero.

-4: A las 5 de la mañana de hoy la temperatura fue de -4 °C o 4 °C bajo cero.

- a. 1:_____
- b. -34:____
- c. 65:_____
- d. 2500:_____
- e. 0:_____

4. Escribe el inverso aditivo de cada número.

7	\rightarrow	7

- b. 12 → _____
- d. $-170 \rightarrow$
- **e.** 55 → _____
- f. 1329 → _____ g. −18 → _____
- h. 0 → _____
- i. 1 → _____

Aplica

5. Representa en los termómetros las temperaturas que se indican.



b. °C



c.

3 °C bajo cero

T° máxima 5 °C

Tº mínima 9°C

- **6.** Marca con una cruz los números que pertenecen al conjunto de los números enteros.
 - a. 0
- d. 2,5
- g. 100

- b. 4
- e. -10
- h. 1,5

- c. -7
- f. $\frac{3}{5}$
- i. $\frac{2}{8}$
- 7. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). En el caso de las falsas, corrige el error.
 - a. _____ El número (-8) pertenece a los naturales.
 - b. _____ El conjunto de los números enteros está compuesto por los números naturales y sus inversos aditivos.
 - c. _____ Subir 6 m puede expresarse como (+6).
 - d. _____ El 0 no es un número entero.
 - e. _____ Si el inverso aditivo de un número es 8, entonces el número es (–8).
 - f. _____Todos los números naturales tienen inverso aditivo en el conjunto de los números enteros.

- **8.** Resuelve los siguientes problemas. Haz un esquema o dibujo si lo crees necesario.
 - a. Cierto día de invierno, la temperatura a las 9 de la mañana fue 0 °C y al mediodía subió 6 grados Celsius. ¿Cuál fue la temperatura al mediodía?

b. Los 0 metros hacen referencia al nivel del mar. Si un buzo bajó 7 metros con respecto a ese punto, ¿a qué profundidad llegó?

•	-	

c. Un avión despega y sube 500 m en 3 segundos, ¿a qué altura se encuentra en ese momento?

d. Una persona empieza a jugar un videojuego con 0 puntos. Si pierde 3000 puntos, ¿qué número aparecerá en el marcador del puntaje?

/			

e. Esteban revisó su cuenta corriente y su saldo es \$ 0. Él sabe que pronto le cobrarán \$ 15 000 por una cuota de una deuda que tiene con una casa comercial. Cuando se la cobren, ¿qué saldo aparecerá en su cartola?

Representar y ordenar números enteros.

¿Cómo se pueden representar y ordenar los números enteros?

El conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}) se puede representar de forma ordenada en la recta numérica. En ella, los números van aumentando de izquierda a derecha, y disminuyendo de derecha a izquierda.

Al comparar números enteros se debe considerar:

- En la recta numérica, los números que están a la izquierda de un valor de referencia son menores que él.
- En la recta numérica, los números que están a la derecha de un valor de referencia son mayores que él.

El valor absoluto de un número entero (|z|) es el que representa la distancia entre este número y el cero, por lo que el valor absoluto solo puede tomar valores positivos o el cero.

Practiquemos lo aprendido

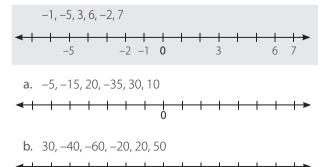
Práctica guiada

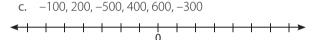
1. Completa los espacios en blanco con las palabras "derecha" o "izquierda", de acuerdo a cómo aprecias la ubicación de los números en la recta numérica.

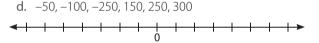
	–6 se ubica a la	izquierdade –1.
a.	14 se ubica a la	de 7.
b.	–10 se ubica a la	de -15.
c.	20 se ubica a la	de 49.
d.	2 se ubica a la	de -9.
e.	–7 se ubica a la	de 3.
f.	13 se ubica a la	de -13.
g.	25 se ubica a la	de 27.
h.	–18 se ubica a la	de 9.

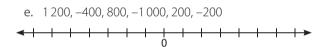
2. Representa cada grupo de números enteros en su recta numérica.

i. −1 se ubica a la









3. Ordena de menor a mayor los números de cada conjunto.

a. 31, 27, 0, -112, 215, -401, 153

c. 413, -22, 136, -135, -288, -110, 101

e. 1090, -819, 3, -354, -345, -1090, 1000

4. Anota el valor absoluto de cada número.

a. |91| = _____ b. |-85| = ____

	C	65 =	f	-3244 =	
		-534 =		23 332 =	
		938 =		-17 =	
	С.	230 —		1/ -	
5.	An	aliza las expresiones y e			
	a.	132		151 () 151	
		-25 () 32		-2	
		_		-15 () -4	
_		31 24	1.	-13 0 -4	
Ap	lica			•	
6.	res esc Jus	aliza cada afirmación de pecto de su ubicación e ribe una V si es verdade tifica tu respuesta.	en la re era o u	ecta numérica. Luego, ına F si es falsa.	8.
	a.	5 se ubica a la i:	zquier	da de -5.	
	b.	El inverso aditiv		' se ubica a la	
	c.	El cero siempre			
	d.	A la izquierda d números positi		o se ubican los	
	e.	Los números ne izquierda de los	_		
	f.	Un número y su misma distancia			
	g.	El inverso aditiv negativo está a			
7.	ab: si e	aliza cada afirmación co oluto. Luego, escribe u s falsa. Justifica tu resp El valor absolut	ına V s uesta.	i es verdadera, o una F	

b. _____ El valor absoluto de un número entero es siempre un número entero.

R:_

C.	El valor absoluto de un número natural es siempre un número natural.
d.	El valor absoluto de un número entero positivo es siempre positivo.
e.	El valor absoluto de un entero negativo no siempre es positivo.
f.	El valor absoluto de un número representa la distancia a la que se encuentra del uno, en la recta numérica.
Re	suelve los siguientes problemas.
a.	Ayer, a las 9 de la mañana la temperatura fue 3 °C bajo cero, y a las 3 de la tarde fue 5 °C. ¿A qué hora hizo más frío?
	R:
b.	Pitágoras nació en el año 582 a.C. y Euclides en el 325 a.C. ¿Qué personaje nació primero?
	R:
c.	Gauss nació en el año 1777 d.C. y Arquímedes, en el 287 a.C. ¿Cuál de ellos nació en una fecha más cercana al nacimiento de Cristo? ¿Por qué?
	R:
d.	Un papiro egipcio data del año 1324 a.C. y una vasija, del 869 a.C. ¿Qué reliquia es más antigua?
	R:
e.	Si el valor absoluto de un número es 24, ¿cuál es el inverso aditivo de ese número?
	R:
f.	Jaime dice que el valor absoluto de un número es siempre mayor que este; en cambio, Juana dice que depende del número. ¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.
	R:
De	esafío
co me	número entero cumple las siguientes ndiciones: su valor absoluto es mayor que 5 y enor que 9, y su inverso aditivo es mayor que 7. uál es el número?

Sumar números enteros.

¿Cómo sumar números enteros?

Para sumar dos números enteros se procede de la siguiente forma:

• Si los números tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se mantiene el signo común.

$$13 + 8 = 21$$

$$-3 + (-15) = -(3 + 15) = -18$$

 Si los números tienen diferente signo, se restan sus valores absolutos (el mayor menos el menor) y se coloca el signo del que tenga el mayor valor absoluto.

$$-23 + 64 = (64 - 23) = 41$$

$$-37 + 5 = -(37 - 5) = -32$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes adiciones.

$$211 + (-7) = 204$$

a.
$$-45 + (-23) =$$

c.
$$-567 + 45 =$$

$$(-3) + 5 + (-8)$$

$$(-3) + 5 + (-8)$$

$$2 + (-8) = -6$$

• Paso 1 > Agrupa dos términos y súmalos.

• Paso 2 > Suma el resultado con el último término.

a.
$$12 + (-18) + 5 =$$

b.
$$1 + (-3) + 6 + (-1) =$$

c.
$$(-24) + 12 + 11 =$$

d.
$$8+5+(-3)+(-4)=$$

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Daniela tiene un saldo negativo de \$ 1500 en su cuenta bancaria. Si hace un depósito de \$ 2000, ;cuánto dinero tiene?

|--|

b. Marcos tiene un saldo negativo de \$ 1200 en su cuenta bancaria. Si más tarde aparece un cobro automático de \$ 15 400, ¿cuál es su nuevo saldo?

R:			

c. Un buzo desciende 4 metros bajo el nivel del mar y luego recorre 5 metros más en el mismo sentido. Entonces, ¿a qué profundidad llegó?

R:			

d. Carlos está jugando un videojuego y lleva 3587 puntos a favor, pero luego pierde 1824. ¿Con qué puntaje queda Carlos?

R:_____

e.	En un frigorífico hay −18 °C y si se desea bajar
	la temperatura en 5 grados. ¿Cuál sería la
	temperatura final?

R:____

f. Arquímedes, el gran matemático de la antigüedad, fue asesinado por un soldado en el 212 a. C., a los 75 años. ¿En qué año nació Arquímedes?

R·

g.	Desde la muerte del emperador Julio César hasta la caída del Imperio romano de Occidente (476 d. C.) pasaron 520 años. ¿En qué año murió Julio César?
	R:
h.	Un avión de prueba vuela a 3000 metros sobre el nivel del mar, luego sube 500 metros y baja 250 metros. Finalmente, vuelve a subir 400 metros. Entonces, ¿cuál es su nueva altura de vuelo?
	R:
i.	Un buzo que se encuentra a 5 m bajo el nivel del mar asciende 4 m, luego baja 16 m y finalmente sube 12 m. ¿Qué número entero representa su posición final?
	R:
j.	En mi cuenta bancaria tengo un saldo de \$ 20 000. Si me hacen un cobro por \$ 7500, luego un depósito de \$ 13 600 y finalmente un cobro por \$ 42 400, ¿cuál es el nuevo saldo de mi cuenta?
	R:
k.	Loreto tenía un saldo de \$ 12 300 en su cuenta y le cobraron un cheque por \$ 68 000. Si luego le depositaron \$ 55 890, ¿quedó con un saldo a favor o en contra? Justifica.
	R:
l.	Cierto día de verano, la diferencia entre la temperatura mínima y la máxima fue de 16 °C. Si la temperatura mínima registrada ese día fue 12 °C, ¿cuál fue la máxima?
	R:
m.	Para convertir grados Celsius (°C) en grados Kelvin (K) se utiliza la siguiente ecuación:
	°C = −273 + K.
	Entonces, ¿a cuántos grados Kelvin equivale una temperatura de 20 °C?
	R:
n.	Cierto día la temperatura a las 9 de la mañana era 0°C, al mediodía había subido 6 grados, a las 5 de la tarde marcaba 3 grados más, a las 9 de la noche había bajado 7 grados y a la medianoche disminuyó otros 4 grados. ¿Qué temperatura

marcaba el termómetro a la medianoche?

ñ. La base de un volcán submarino está ubicada a 5500 m bajo el nivel del mar.

Si su cráter está a –3231 m, ¿cuál es la altura del volcán?

R:

Si un submarino que está sobre el volcán lo observa desde una profundidad de 2200 m, ¿a qué distancia vertical del cráter se encuentra el submarino?

R٠

o. Una empresa compró un terreno que se encuentra ubicado a 20 metros sobre el nivel del mar. La empresa contrató una compañía para construir un pozo que y abastacerse de agua. Luego, de perforar 15 metros encuentra agua. ¿Qué tan profundo es el pozo con respecto al nivel del terreno?

R:_

p. Durante el ascenso a una montaña, la temperatura desciende 2 grados por cada 200 m que se avanza. Si el punto de partida está a 300 m sobre el nivel del mar y se registra una temperatura de –5 °C, ¿Qué temperatura se registra al avanzar 200 metros?

R:

q. En la cuenta corriente de María aparece un saldo de -\$ 22 536. Si le depositan un cheque de \$ 50 000, ¿cuál será su nuevo saldo?

R٠

A partir del saldo de la cuenta de María (pregunta anterior). Calcula el nuevo saldo si le cobran una cuota de un crédito de \$ 211 345.

R:_

r. Una empresa tuvo pérdidas por 225 millones de pesos y ganancias por 125 millones de pesos. ¿Cuál fue el saldo de la empresa?

R٠

Desafío

¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación?

$$x - 4 = -7$$

R: _

Restar números enteros.

¿Cómo restar números enteros?

La resta de números enteros se realiza sumando al minuendo el inverso aditivo del sustraendo

En el caso de resolver operaciones combinadas de adición y sustracción de enteros puedes:

- Transformar las sustracciones en adiciones.
- Operar de izquierda a derecha.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes sustracciones.

$$-234 - 57 = -291$$

d.
$$-321 - (-53) =$$

2. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones.

$$(-6 + (-9)) - (8 + 3)$$

a.
$$45 - (-32) + (-12) - |-7|$$

b.
$$22 - (-7 + (-12) - 19) + 13$$

c.
$$[-32 + 43 - (-18)] + [43 - (-15)] =$$

d.
$$[54 - 32 + (-42)] - (12 - |-8|)$$

e.
$$-77 + [-56 - 65 - 54 + (-8)]$$

g.
$$65 - 45 + (-8) - (-43) + 7$$

h.
$$43 - (-12) + (-8) + 40 - 53$$

i.
$$-76 - (-61) + (-13) - [-4 + (-6)] =$$

3. Escribe V si la afirmación es verdadera, o F si es falsa. Justifica tu respuesta.

V	La suma de cuatro números positivos es
	siempre positiva.

a.	La suma	de cero y un número positivo es
	cero.	

b.	La suma de tres números	negativos	es
	siempre negativa.		

c.	La suma de un número negativo y un
	número positivo puede ser igual a cero.

d.	La resta de dos números	positivos	siempre
	es negativa.		

Aplica

4. Analiza cada secuencia y escribe los cuatro términos siguientes que podrían continuar.

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. Si a -5 se le resta -8 y al total se le agrega 2, ¿qué número resulta?

b. Cierto filósofo nació el año 12 a.C. y murió el año 70 d. C. ¿Cuántos años vivió?

fosa marina de Tonga (-10 882 m). ¿Cuál es la

diferencia entre estos números?

	Sección 1 2 3
j.	En una mañana de invierno la temperatura era de –3 °C. Al mediodía, la temperatura en grados era igual al opuesto del doble de la temperatura de la mañana. Entonces, ¿cuál era la temperatura al mediodía?
	R:
k.	Un globo que está en el aire desciende 50 m, luego 70 m y después sube 80 m. Si finalmente está a una altura de 800 m, ¿cuál era su altura inicial?
	R:
l.	Una empresa está atravesando una mala época: un año tuvo pérdidas, al siguiente perdió \$ 2 000 000 más que en el año anterior y el tercer año perdió \$ 3 000 000 menos que en el segundo. Considerando los tres años, el balance de la compañía fue –\$ 10 000 000. Entonces, ¿cuánto dinero perdió el primer año?
	R:
m.	La era de los romanos empieza en el año 754 antes de Cristo y la de los musulmanes en el año 622 después de Cristo. ¿Cuántos años transcurrieron desde el comienzo de la era romana hasta el comienzo de la era musulmana?
	R:
n.	Si a un número entero se le resta el opuesto de 47 la diferencia es igual a –18. ¿Cuál es el número?
	R:
ñ.	¿Qué distancia hay entre el suelo del pozo de una mina situado a 518 m de profundidad y la parte más alta de la torre que se construyó sobre el pozo, que está a 36 m de altura?
	R:
0.	La ciudad de Roma fue fundada en el año 754 antes de Cristo, y en el año 800 después de Cristo fue coronado Carlomagno. ¿Cuántos años transcurrieron entre estos dos hechos?
	R:

Desafío

¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación?

$$x + 3 = -8$$

Facilitar las operaciones de los números enteros a partir de las propiedades.

¿Cuáles son las propiedades de la adición de números enteros?

Conocer las **propiedades de la adición** de números enteros puede facilitar los cálculos en operaciones combinadas

- Clausura: la suma de números enteros es un número entero. Si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a+b \in \mathbb{Z}$.
- Elemento neutro: el elemento neutro para la adición es el cero. Esto significa que si a cualquier número entero le sumamos cero, el resultado va a ser el mismo número. a + 0 = a
- Inverso u opuesto aditivo: el elemento inverso de un número entero es el mismo número pero con el signo opuesto. Dos números son opuestos si al sumarlos entre sí obtenemos cero como resultado. a + (-a) = 0
- Conmutatividad: el orden de los sumandos no varía la suma. a + b = b + a
- Asociatividad: el modo de agrupar los sumandos no varía el resultado. (a + b) + c = a + (b + c)

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Escribe el nombre de la propiedad aplicada en cada caso.

$$(-4) + 4 = 0$$

Inverso u opuesto aditivo

a.
$$3 + (-5) = (-5) + 3$$

b.
$$-7 + 0 = -7$$

c.
$$2 + (-5 + 7) = (2 + -5) + 7$$

2. Anota un ejemplo de cada propiedad.

$$3 + (-4) = (-4) + 3$$

- a. Asociatividad: ___
- b. Elemento neutro: ___
- c. Elemento inverso: ___

Aplica

3. Resuelve los siguientes ejercicios combinados y escribe las propiedades que utilizaste en el desarrollo.

a.
$$-21 + 66 + (-45)$$





- b. 24 + (-35) + 35 + (-16) 24 + + (-16)
- **4.** Evalúa las siguientes afirmaciones anteponiendo V si es verdadera y F si es falsa. Justifica aquellas que son falsas.

a.	Al sumar un número entero y su inverso
	aditivo siempre se obtiene el elemento
	nautro

- b. _____ El opuesto del neutro aditivo es 1.
- c. _____ Al alterar el orden de los sumandos en una adición de enteros negativos, no se cumple la conmutatividad.
- d. _____ Al calcular 4 + (-9) + (-6) se obtiene el mismo resultado que al calcular (4 + 9) + (-6).

5. Analiza la siguiente propiedad.

Existe otra propiedad de la adición de números enteros llamada clausura. Esta señala que al sumar dos números enteros el resultado siempre es otro número entero.

a. Verifica que la propiedad se cumple para dos ejemplos.

b. ¿En la sustracción de números enteros también se cumple la propiedad de clausura? Justifica tu respuesta.

R: _____

c. ¿En qué operación de números enteros no se cumple la propiedad de clausura? Da ejemplos y justifica tu respuesta.

R:_____

6. Analiza la operación y realiza las actividades.

$$a \Theta b = a + (-b) + |a|$$

a. Calcula usando la operación definida.

• 3
$$\Theta$$
 (-4) = 3 + (-(-4)) + |3| =

•7 0 5 =

• -8 Θ 3 =

• -10 \text{-}}}}}} \end{center}}}}}}}}

b. ¿La operación cumple la propiedad conmutativa, es decir, a Θ b = b Θ a? Verifícalo con un ejemplo.

R:_____

c. ¿La operación cumple la propiedad asociativa, es decir, (a Θ b) Θ c = a Θ (b Θ c)? Verifícalo con un ejemplo.

R:____

d. ¿En la operación se cumple que a Θ –a = 0? Verifícalo con un ejemplo.

R: _____

e. ¿En la operación se cumple que a Θ 0 = a? Verifícalo con un ejemplo.

R:_____

f. ¿En la operación se cumple la propiedad de clausura, es decir, siempre se obtiene un número entero? Justifica tu respuesta.

R:_____

7. Inventa una operación como la del ejercicio anterior y verifica si se cumplen las siguientes propiedades.

Operación: ____

a. Conmutativa:

- b. Asociativa:
- c. Elemento neutro:
- **8.** Averigua si hay otras propiedades para otras operaciones en los números enteros.
- **9.** ¿Cuál es la importancia de las propiedades de las operaciones en los conjuntos numéricos? Menciona dos ideas.

R:_____

10. Diego dice que la sustracción es conmutativa en los enteros, ya que se puede transformar en una adición.

a. ¿Es correcto lo que señala Diego? ¿Por qué?

R:_____

 ¿Qué sucede con las otras propiedades en la sustracción? ¿Cuáles se cumplen y cuáles no?
 Justifica tu respuesta y da ejemplos.

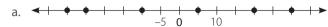
R: _____

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 1

El conjunto de los números enteros (Z) está compuesto por los números naturales, el cero y los opuestos de los números naturales.

Identifica los números enteros correspondientes a los puntos representados en la recta numérica.



Al comparar números enteros se debe considerar que los números que están a la izquierda de un valor de referencia son menores que él v los que están a la derecha son mayores que la referencia.

El valor absoluto de un número entero (|z|) representa la distancia entre este número y el cero.

Para sumar dos números enteros, se procede de la siguiente forma:

Si los números tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se mantiene el signo.

Si los números tienen signos diferentes, se restan sus valores absolutos (el mayor menos el menor) y se mantiene el signo del que tenga el mayor valor absoluto.

Elemento neutro: a + 0 = aOpuesto o inverso aditivo: a + (-a) = 0Conmutatividad: a + b = b + a

Asociatividad: (a + b) + c = a + (b + c)

Analiza cada afirmación y escribe V si es verdadera o F si es falsa.

b. _____6 >
$$-7$$

c. _____
$$-9 > -5$$

f.
$$-|-3+2| > -3+3$$

Lecciones 3 y 4

Resuelve.

Lección 2

a.
$$-7 + 5 + (-2) =$$

b.
$$[-5 + (6 - (-3)) + 7] =$$

c.
$$|-25 + (-7)| =$$

d.
$$(20 + |-12 + 4| + (-7)) + 4 =$$

e.
$$-2 + [-(8-12+(-3))+(-1)] - 10 =$$

Lección 5

Resuelve la siguiente operación indicando las propiedades que utilizaste.

a.
$$14 + (-25) + 25 + (-26)$$



Desafíos de integración

1.	Rep	oresenta las situaciones con un número entero.	i.	En un juego, Patricia obtiene 7 puntos a favor
		Recorrer 200 kilómetros. Bajar tres pisos en el ascensor.		y 5 en contra; mientras que, Francisca alcanza 6 puntos a favor y 2 en contra. ¿Cuál de las dos es la ganadora del juego?
				R:
	C.	Subir 6 peldaños de la escalera.	_	
2.		suelve los siguientes problemas. ¿Cuál de las siguientes temperaturas es mayor?	j.	Una empresa hace dos años obtuvo ganancias de \$ 20 000 000, y el año pasado registró pérdidas que sumaron \$5 200 000. ¿Cuál sería el balance
		-4 °C, −7 °C, −8 °C, −10 °C.		de la empresa de estos dos últimos años?
		R:		R:
	b.	¿Cuál es el antecesor del antecesor de –9?	k.	Un termómetro marca 8 °C a las once de la noche de cierto día, y a las tres de la madrugada
		K:		del siguiente día marca –5 °C. ¿Cuántos grados descendió la temperatura?
	C.	¿Qué número(s) cumple(n) en las siguientes condiciones?		R:
		"Se encuentra a la izquierda del cero en la recta numérica y es mayor que −5 y menor que −2".	l.	En abril, Felipe abrió una cuenta en un banco en la que depositó \$ 300 000. Los movimientos del
		R:		mes fueron los siguientes:
	d.	Durante un día de invierno se registraron las		Pago automático: \$ 15 347 Compra del supermercado: \$ 57 490
		siguientes temperaturas: mínima –2 °C y máxima		Cobro por mantención: \$ 3500
		16 °C. ¿En cuánto aumentó la temperatura desde que se registró la mínima?		Depósito de: \$ 120 000
				¿Cuál es el saldo de Felipe a fin de mes?
		R:		
	e.	Un buzo debe rescatar un tesoro que se		R:
		encuentra a 30 metros bajo el nivel del mar. En el primer intento, registra –13 m en su cuaderno	m.	Durante su vuelo, un transbordador espacial
		de descensos. ¿Cuánto le faltó para llegar a su		puede estar expuesto a temperaturas tan bajas como –250 grados Fahrenheit y tan altas como
		objetivo?		3000 grados Fahrenheit. ¿Cuál es la variación de
		R:		temperatura a la que está expuesto?
	f	Roberto tiene, en una cuenta corriente, un saldo		R:
	1.	en contra de \$50000. Si le depositan \$75000 y	n	La temperatura de Mercurio, el planeta más
		retira \$ 45 000, ¿cuál sería su nuevo saldo?	11.	cercano al Sol, puede ser tan alta como
		R:		873 grados Fahrenheit. La temperatura de
	a	A un número se le resta –12 y da como resultado		Plutón, el planeta más alejado del Sol, es de -393 grados Fahrenheit. ¿Cuál es la diferencia
	g.	22. ¿Cuál es el número?		entre estas temperaturas?
		R:		R:
	h	A un primara co la cuma de la coma consider de	ñ	La montaña más alta de Marte tiene 70 000 pies
	11.	A un número se le suma –15 y da como resultado –47. ¿Cuál es el número?		de altura y el cañón más profundo –26 000 pies.
		R:		¿Cuál es la diferencia entre estos números?
		Π,		R∙

Resolución de problemas

Estrategia: Hacer un diagrama

Cuando un problema está relacionado con distancias o lugares puedes hacer un diagrama que muestre los datos y las relaciones entre ellos.

Recuerda que para resolver un problema debes:

- Determinar qué información quieres obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Comprobar el resultado obtenido y comunicarlo.

Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. En cierto lugar, un día de invierno amaneció con 3 grados bajo cero. Al mediodía la temperatura había subido 6 grados y hasta las 5 de la tarde, 10 grados más. Desde las 5 de la tarde a la medianoche la temperatura bajó 7 grados, y desde la medianoche hasta el alba disminuyó 5 grados más. ¿Qué temperatura había cuando amaneció al segundo día?

R: ___

b. Una persona vive en un edificio ubicado en la calle Carlo Magno 192, en el departamento 524 del piso 5. Su departamento tiene 3 dormitorios con una superficie de 74 m². Si su estacionamiento es el n° 11 del primer subterráneo, ¿cuántas plantas separan su vivienda de su estacionamiento?

R٠

c. Un equipo de fútbol en la primera etapa del campeonato subió 6 posiciones. Después, en la segunda etapa bajó 5, en la tercera descendió 3 y en la última subió 4. ¿Cuál es la posición final del equipo con respecto a su posición inicial?

R٠

d. A mediodía, un caracol sube verticalmente por una pared de 10 metros de altura, cuando hay 30 °C. Debido a las altas temperaturas, el caracol alcanza a subir 2 metros durante el día, pero por la noche resbala y retrocede 1 metro. ¿Cuántos días tardará en llegar al final de la pared si se mantiene la misma temperatura?

R: ___

e. Ayer a las nueve de la mañana, la temperatura era de 15 °C. A mediodía había subido 6 °C, a las cinco de la tarde marcaba 3 °C más, a las nueve de la noche había bajado 7 °C y a las doce de la noche descendió otros 4 °C. ¿Qué temperatura marcó el termómetro a medianoche?

R:

f. El recorrido de una montaña rusa comienza a 7 m sobre el nivel del piso. Cuando parte sube 4 m, luego baja 2 m y sube 6 m para volver a bajar 4 m. Luego, baja 15 m más y sube 10 m. ¿Qué tan arriba o bajo el nivel del suelo se encuentra la montaña rusa al terminar el recorrido? ¿En algún momento estuvo bajo el nivel del suelo? Si es así, ¿cuándo?

R٠

g. Carolina registró las variaciones de temperatura de un día: a las 12 de la noche la temperatura era de 7 °C, bajó 2 grados, luego bajó 5 grados y después subió 7 grados. Más tarde subió 3 grados, luego 5 grados y por la noche bajó 2 grados y luego 1 grado. ¿Cuáles fueron las temperaturas máxima y mínima del día?

R٠

h. Un buzo está trabajando en una excavación submarina y se encuentra en la plataforma de un barco a 6 m sobre el nivel del mar. Desde ahí, realizó los siguientes desplazamientos: bajó 20 m para dejar material, descendió 12 m más para realizar una soldadura, subió 8 m para reparar una tubería y finalmente volvió a subir a la plataforma. ¿Cuántos metros subió en el último trayecto hasta la plataforma?

R٠

i. Juan y María están jugando. En el juego, cada jugador empieza con 0 puntos y gana el que tenga más puntos al final. Luis gana 1500 puntos, pierde 700, pierde 450 y luego gana 2000 puntos. María pierde 500 puntos gana 100, gana 1000 y luego pierde 650. ¿Cuáles son los puntajes finales de cada jugador? ¿Quién ganó el juego?

R:

2	Utilizando la misma estrategia u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes proble	emas.			
a.	La temperatura más alta registrada en la Tierra fue de 58°C en Libia en septiembre de 1922, y la más baja fue de –88°C en la Antártica en agosto de 1960. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura registrada en Libia y la registrada en la Antártica?	\$ 25 000 y recupera \$ 10 000; Esteban pierde \$ 40 000, gana \$ 15 000 y pierde \$ 30 000. ¿Cuál es el balance final de la noche? ¿Cuál será el balance final de cada uno si se reparten las ganancias o las pérdidas en partes iguales?			
b.	R: Un escalador sale de su campamento base situado	R:e. La temperatura del aire baja según se asciende			
	a 3300 m sobre el nivel del mar y realiza los siguientes desplazamientos: sube primero 1238 m, después baja 125 m y finalmente, asciende 997 m. ¿Cuánto marcará su altímetro en ese último punto de la escalada?	en la atmósfera a razón de 9°C por cada 300 m aproximadamente. Un globo sonda registra una temperatura de –90°C, en un momento en que la temperatura al nivel del suelo es 18°C. ¿A qué altura se encuentra el globo sonda?			
	R:	R:			
C.	Una cuenta bancaria está sobregirada si tiene saldo negativo. A las 9:00 h, Carlos revisa su cuenta bancaria y descubre que está sobregirada en \$52 000. Él sabe que a las 14:00 h le depositarán \$200 000 y que en la tarde le cobrarán 3 cheques de \$18 000 cada uno. Entonces, ¿cuál será el saldo de su cuenta bancaria al final del día?	f. En el juego "las quemaditas" cada equipo parte con 11 jugadores, después del primer lanzamiento, el primer equipo pierde 3 jugadores y el segundo equipo 2. Luego del segundo lanzamiento el primer equipo gana un jugador y el segundo equipo pierde 5 jugadores. En el tercer lanzamiento el primer equipo pierde 4 jugadores y el segundo equipo gana 3. ¿Con cuántos			
٦	R:	jugadores queda cada equipo? Si gana el equipo			
u.	Dos amigos, Juan y Esteban, van a un bingo y deciden jugar cada uno \$50000. A lo largo de la noche tienen distintas suertes y obtienen los siguientes resultados: Juan gana \$30000, pierde	que queda con más jugadores, ¿cuál equipo ganó?			
3	Con la información dada, crea problemas que pued con la estregia y compártelos con tus compañeros y				
a.	Un buzo desciende 11 m bajo el nivel del mar,	b. Marcela registra su temperatura durante un día			
	luego sube 3 m y vuelve a bajar 4 m.	de fiebre: a las 9:00 h tiene 39 °C, se toma un jarabe y su temperatura baja en 2 °C. Cuando			
	Pregunta: Respuesta:	pasa el efecto del medicamento, esta vuelve a subir 3 ℃.			
		Pregunta:			
		Respuesta:			
Re	visando mis procesos				
Res	ponde las siguientes preguntas sobre la estrategia uti	lizada.			
1.	Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? S	ii no fue así, ¿por qué?			
2.	2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.				
3.	3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?				

Expresar fracciones como números decimales y viceversa.

¿Cómo se relacionan las fracciones con los números decimales?

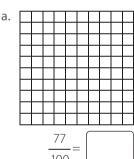
- Para expresar una fracción como decimal, puedes amplificarla o simplificarla hasta que se obtenga una fracción decimal y luego escribir el número decimal equivalente. También puedes transformarla dividiendo el numerador por el denominador.
- Para representar un número decimal como fracción, puedes escribir el decimal con denominador 1 y luego amplificar la fracción por una potencia de 10 que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga el número que se está representando. Debes simplificar la fracción si es que corresponde.

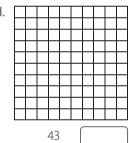
Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

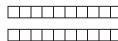
1. Pinta la fracción indicada y escribe el número decimal correspondiente.

0,9

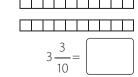


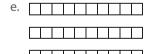


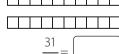




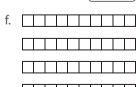
$$\frac{23}{10} = \boxed{}$$











$$3\frac{7}{10} =$$

2. Representa cada fracción como número decimal.

a.
$$\frac{28}{10} =$$

c.
$$2\frac{5}{8} =$$

b.
$$\frac{67}{40} =$$

d.
$$3\frac{13}{25} = 1$$

3. Representa cada número decimal como fracción. Simplifica si corresponde.

1,5

4. Ordena los siguientes números de menor a mayor.

a. $\frac{1}{5}$; 0,99; $\frac{30}{9}$; 8,564

b. $\frac{15}{20}$; $\frac{3689}{10000}$; 0,63; 3

c. $\frac{11}{100}$; 0,1; $\frac{3}{25}$;0 ___<__<___<___

- 5. Resuelve los problemas representando la respuesta según se solicita.
 - a. Un grupo de personas debe recorrer 0,6 km. ¿Qué fracción de kilómetro debe recorrer?
 - b. Don José sembró tomates en la cuarta parte de su campo. ¿A qué decimal corresponde esta fracción?
 - c. Claudio debe comprar medio kilogramo de palta. Al ponerlas en la balanza esta marcó 0,500 kg. ¿Compró Claudio la cantidad requerida?
 - d. Laura fue a comprar $\frac{1}{8}$ kg de queso. ¿Qué número decimal aparecerá en la balanza?
 - e. El braquiosaurio medía 23,5 m. ¿Qué fracción de metros medía este dinosaurio?
- 6. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. La mamá de Marcela la mandó a comprar fideos. En el supermercado venden de $\frac{1}{4}$ de kg. y de 0,3 kg. Si su mamá le pidió el paquete con menor cantidad, ¿cuál debe llevar Marcela?
 - b. Martín tomó $\frac{3}{8}$ de litro de leche en la mañana y 0,2 litros en la tarde. ¿Cuándo tomó más leche?
 - c. Romina compró una botella de jugo de 1,25 litros y Javier compró una de $1\frac{1}{2}$ litro. ¿Quién compró una botella con mayor capacidad?
 - d. Isidora compite con su caballo Pistacho en equitación. En la prueba de saltos Pistacho saltó 0,8 m y su contrincante, Caluga, saltó $\frac{7}{10}$ m. ¿Quién ganó la prueba?

e. Carolina dedicó una hora y media a jugar voleibol y 1,2 horas a estudiar. ¿A qué actividad dedicó más

f. Jaime necesita una cuerda de 0,9 m. Si compra una de $\frac{5}{7}$ m, ¿le alcanzará?

g. El tiranosaurio rex medía 14,6 m y el triceratops medía 7 $\frac{4}{5}$ m. ¿Qué dinosaurio era más largo?

h. Los 0,8 de los bolígrafos que hay en la sala de clase son azules y el resto, de otros colores. ¿Qué fracción representan estos últimos respecto del total de bolígrafos?

i. Beatriz recibe 0,2 de las manzanas de una caja v Alfonso recibe $\frac{1}{6}$. ¿Quién recibe mayor cantidad?

• Si la caja contiene 30 manzanas, ¿cuántas recibe

j. Un estanque está lleno hasta sus 0,65 de capacidad; y otro igual hasta sus $\frac{4}{5}$. ¿Cuál tiene una mayor capacidad ocupada?

cada uno?

k. En gimnasia, Marcela corrió $\frac{5}{8}$ de la pista y Oscar

0,6 de la pista. ¿Quién de ellos recorrió una mayor distancia?

I. ¿Qué fracción se encuentra entre los números decimales 0,1 y 0,2?

m. ¿Qué número decimal se encuentra entre las fracciones $\frac{12}{13}$ y $\frac{14}{15}$?

Multiplicar y dividir fracciones.

¿Cómo se multiplican y dividen fracciones?

 Para multiplicar fracciones, puedes representar gráficamente o bien multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador, es decir:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$
; con b, d \neq 0

• Para dividir fracciones, puedes representar gráficamente o bien resolver la multiplicación entre el dividendo y el inverso multiplicativo del divisor, es decir:

$$\frac{a}{b}: \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$
; con b, c, d \neq 0

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Simplifica si corresponde.

$$1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{10} = \frac{12}{7} \cdot \frac{11}{10} = \frac{12 \cdot 11}{7 \cdot 10} = \frac{132}{70} = \frac{66}{35}$$

- a. $\frac{4}{3} \cdot \frac{12}{16} =$
- b. $\frac{8}{12} \cdot \frac{144}{80} =$
- c. $\frac{9}{17} \cdot \frac{34}{729} =$
- d. $\frac{13}{15} \cdot \frac{75}{39} =$ _____
- e. $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{9} \cdot 1\frac{3}{4} =$ _____
- f. $2\frac{13}{17} \cdot 1\frac{1}{16} \cdot 3\frac{1}{2} =$
- g. $7\frac{15}{21} \cdot 10\frac{7}{75} =$
- h. $\frac{6}{8} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{12}{4} \cdot \frac{8}{6} =$ _____
- i. $10 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} =$
- j. $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} =$

2. Resuelve las siguientes divisiones. Simplifica si corresponde.

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{9} = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{7} = \frac{5 \cdot 9}{8 \cdot 7} = \frac{45}{56}$$

- a. $\frac{4}{3} : \frac{12}{16} =$
- b. $5\frac{8}{10}:\frac{8}{30}=$

c.
$$\frac{\frac{3}{9}}{3\frac{9}{27}} =$$

- d. $4\frac{1}{4}:\frac{34}{32}=$
- e. $\frac{5\frac{6}{22}}{\frac{40}{30}} =$
- f. $6\frac{4}{6}:1\frac{10}{36}=$
- g. $20:\frac{1}{5}=$ _____
- h. $\frac{1}{10}$: $\frac{1}{100}$ = _____
- i. $4\frac{8}{21}:1\frac{1}{7}=$

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Las tres quintas partes de una pared han sido pintadas, lo que corresponde a 24 m². ¿Cuántos metros cuadrados de la pared no han sido pintados?

R:

b. Una institución de educación superior tiene 3520 estudiantes, de los cuales seis décimos son mujeres. ¿Cuántos varones hay en esa institución?

R: _____

del terreno que se ocupará para cada uno de los

j. Si coloreamos $\frac{3}{4}$ de una cartulina, y de esta parte recortamos $\frac{2}{5}$, ¿qué parte de la cartulina hemos

ítems?

recortado?

	Seccion 1 2 3
k.	Una moto recorre 60 km en tres cuartos de hora y otra recorre 45 km en media hora. ¿Cuál es más rápida? Justifica tu respuesta.
	R:
l.	En cada caja hay $\frac{3}{4}$ kg de bombones. Si en total, hay $4\frac{1}{2}$ kg de bombones, ¿cuántas cajas tenemos?
	R:
m.	Un recipiente está lleno de agua hasta los $\frac{4}{5}$ de su capacidad. Si se saca la mitad del agua que contiene, ¿qué fracción de la capacidad total del recipiente se ha sacado?
	R:
	• Si la capacidad del recipiente anterior es de 80 litros, ¿cuántos litros quedan en el mismo?
	R:
n.	Una finca se divide en tres parcelas. La primera igual a los $\frac{4}{7}$ de la superficie de la finca y la segunda es igual a la mitad de la primera. ¿Qué fracción de la finca representa la tercera parcela?
	R:
	• Si la extensión de la finca anterior es de 14000 m², ¿cuál es la superficie de cada parcela?
	R:
ñ.	En un quiosco se han vendido a lo largo de la mañana los $\frac{2}{3}$ de un lote de periódicos. Por la tarde se ha vendido la mitad de los que quedaban. ¿Qué fracción del total de periódicos representan los vendidos por la tarde?
	R:
	• Si se han quedado sin vender 20 periódicos, ¿cuántos habían al empezar la venta?
	R:
0.	Una persona a la que le han preguntado cuánto es su masa corporal responde así: "La mitad de la cuarta parte de mi masa es igual a 10 kg." ¿Cuál es la masa de esa persona?
	R:
p.	¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{18}$ en un $\frac{1}{3}$?

Multiplicar y dividir decimales.

¿Cómo se multiplican y dividen decimales?

- Al **multiplicar** dos números decimales, se multiplican como si fuesen naturales y, luego, en el producto se consideran tantas cifras decimales como tenían en total ambos factores.
- Para dividir dos números decimales, se amplifican ambos por la misma potencia de 10, hasta que el divisor sea entero y luego se dividen como números naturales.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

	72,345 • 100	=	7234,5
a.	2,5 • 10	=	
b.	8,39 • 10	=	
c.	64,218 • 100	=	
d.	6,301 • 2,1	=	
e.	6,7 • 0,8	=	
f.	796,6 • 34,5	=	
g.	3,056 • 1,2	=	
h.	3,111 • 0,86	=	
i.	25,3 • 40,17	=	
j.	96,022 • 1,5	=	
k.	12,65 • 3,47	=	
I.	1 000 • 0,00	=	

2. Resuelve las siguientes divisiones.

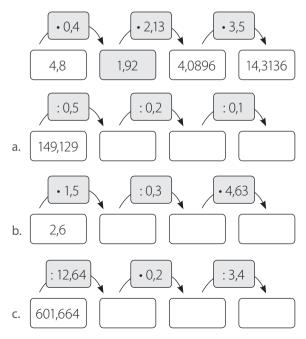
	7560,5 : 100	=	75,605
a.	3,8:5	=	
b.	1980,2:10	=	
c.	4796,19 : 105	=	
d.	20,48 : 3,2	=	
e.	12,125 : 4,85	=	
f.	87,582:3,12	=	
g.	29,347 : 2,31	=	
h.	10,891 : 2,5	=	
i.	14,568 : 7,5	=	
j.	100:0,01	=	

k.	33,45 : 33,45	=	
ı	321 2 · 4 4	=	

3. Completa la tabla de multiplicación con los valores que faltan.

	•	4	10	7,5	18,21
a.				39,75	
b.	7,24	28,96			
c.			94,7		
d.					184,2852

4. Completa las casillas realizando la operación indicada en la flecha.



_	Dagualua	los siguientes	ممسمامامسم
つ .	Restietve	ios signientes	propiemas
•	CJGCIVC	ios siguicinees	propretinasi

a. Si se guiere cortar una cinta de 4,8 m de largo en trozos de 0,4 m, ;se logrará obtener 10 trozos?

b. El banco Su dinero seguro cobra 4,8 dólares por cada transacción internacional. El banco No pierda dinero cobra 4,72 dólares por el mismo concepto. Si una persona realiza mensualmente 10 de estás transacciones, ¿qué banco le conviene? ¿Cuánto dinero se ahorra?

c. Si el dólar tiene un valor de \$682,5, ¿cuánto dinero en pesos se ahorra la persona del ejercicio anterior?

d. ¿Cuál es el área de un rectángulo de lados 2,96 m y 6,324 m?

e. En una piscina hay 39,8 litros de agua y se disuelven 1,990 litros de cloro. ¿Cuánto cloro fue disuelto por cada litro de agua?

f. El área de un rectángulo es 42,5 cm² y su largo mide 12,5 cm. ¿Cuánto mide el ancho?

g. La masa máxima que soporta un ascensor es 300 kg. Si se sube una persona que tiene una masa corporal de 75,42 kg y luego suben otras tres personas de igual masa corporal, ¿cuál es la masa corporal aproximada de las otras tres personas si completaron la masa máxima del ascensor?

h. Un triángulo rectángulo tiene catetos de largo 8,42 cm y 12,35 cm. ¿Cuánto mide su área?

i. Se tiene un cable de 302,5 cm de largo, que debe ser dividido en trozos de 62,5 cm de largo cada uno. ;Para qué cantidad de trozos alcanza? ;Cuántos centímetros de cable sobran?

i. ¿Cuál es el área y el perímetro de un cuadrado de lado 2,85 cm?

k. En la figura, ¿cuál es la medida de x si el área es 6,8 m²?

2,7 m 5.3 m

I. Una empresa pide un préstamo de 30,58 UF, que pagará en 22 cuotas de 2,39 UF cada una. Al cabo de pagar el total de las cuotas, ¿cuál fue el interés que canceló en UF?

m. Un automóvil tiene una masa de 0,568 toneladas. ¿Cuántas toneladas tendrán 205 automóviles del mismo tipo?

n. Un automóvil gasta 7,25 litros de bencina por cada 100 km que recorre. ¿Cuántos litros gastará en un recorrido de 257.5 kilómetros?

• Considerando el mismo automóvil anterior, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer con 68,875 litros de bencina?

ñ. El suelo de la sala de clases de Marta tiene forma de rectángulo. Marta lo midió y obtuvo un largo de 7,31 m y un ancho de 5,3 m. José, un compañero de Marta, también lo midió y obtuvo 7,281 m de largo y 5,215 m de ancho. ¿Qué diferencia de áreas tendrán ambos compañeros?

Desafío

Felipe resolvió la siguiente multiplicación:

3,12 • 15 1560

¿Cuál es el error que cometió Felipe?

Comprender los porcentajes.

¿Qué es y cómo representar un porcentaje?

• Una razón es una comparación de dos cantidades mediante un cociente. Se escribe:

$$a:b=\frac{a}{b}$$
 y se lee "a es a b"

El porcentaje es un caso particular de razón, en donde se comparan cantidades considerando un total de 100.

Todo porcentaje se puede expresar como fracción y, por ende, como decimal:

40% es equivalente a
$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0.4$$



Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Escribe una razón que permita comparar uno de los dos colores de los elementos con el total de elementos de cada conjunto.



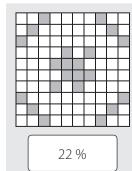


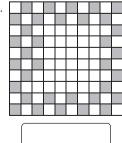
a.

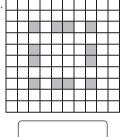


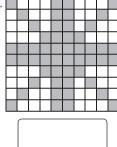


2. Escribe el porcentaje representado en cada cuadrícula









Aplica

3. Analiza cada afirmación respecto de porcentajes. Luego, escribe V si la afirmación es verdadera, o F

a. _____44 % equivale a la fracción $\frac{22}{55}$.

b. La fracción $\frac{2}{4}$ equivale al 50 % del total.

c. La décima parte de un número equivale a su 20 %.

d. _____0,75 expresado como porcentaje corresponde al 75%.

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. Si por cada 5 días de trabajo se tienen dos de descanso. ¿Cuál es la razón entre la cantidad de días que se trabaja y el total de días de la semana?

b.	En un restaurante se preparan tres platos vegetarianos por cada ocho platos que tienen carne. ¿Cuál es la razón entre los platos vegetarianos y los de carne?	m.	La cuarta parte del trayecto ha sido recorrida. ¿A qué porcentaje corresponde esta cantidad? R:
	R:	n.	Para leer el libro completo solo me falta la quinta
C.	De cada siete días, Camilo entrena tres. ¿Cuál es la razón entre los días que Camilo no entrena y el total de días de la semana?		parte. Si esta cantidad corresponde al 20%, ¿qué porcentaje del libro llevo leído? R:
	R:	ñ.	El 90% del curso trajo el equipo deportivo. ¿Qué
d.	Por cada mesa, se necesitan cuatro sillas. Si en un restaurante hay 100 sillas, ¿cuántas mesas hay?		porcentaje no lo trajo? R:
	R:	0.	De mil palabras que debes escribir has escrito 850 ¿A qué porcentaje corresponde esta cantidad?
e.	En una oficina, por cada siete mujeres, hay diez hombres. ¿Cuál es la razón entre los hombres y el total de personas de la oficina?		R:
	R:	p.	La quinta parte de la memoria del computador está ocupada con información. ¿Qué porcentaje está ocupado con información?
f.	Por cada juego de vasos, se fabrican dos de copas. Si en total se fabricaron 100 juegos de vasos,		R:
	¿cuántos juegos de copas se fabricaron? R:	q.	Las tres cuartas partes de los estudiantes trajeron el material para trabajar. ¿Qué porcentaje no trajo
g.	De cada cien discos vendidos, tres son de música clásica. ¿Cuál es el porcentaje de discos de música		el material?
	clásica?	r.	Todos los estudiantes llegaron temprano a clases. ¿Qué porcentaje llegó temprano a clases? ¿Qué
h.	La mitad de los estudiantes del curso tiene celular. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que no tiene		porcentaje llegó atrasado? R:
	celular?	S.	De cien estudiantes 20 se vacunaron contra la influenza. ¿Qué porcentaje de estudiantes no se
i.	El 70 % de mis cuadernos es azul. Si tengo 100 cuadernos, ¿cuántos son de color azul?		vacunó?
	R:	t.	Un niño promedio, de cien horas semanales, 20 horas las destina a ver televisión. ¿Qué porcen-
j.	El 65 % de los apoderados llegó a la reunión. Si hay 100 apoderados, ¿cuántos llegaron a la reunión?		taje de este tiempo realiza otras actividades?
	R:		R:Una prueba tiene 100 puntos. Si la nota 4,0 se ob-
k.	Uno de cada cien chilenos tiene una tablet. ¿Qué porcentaje de chilenos no tiene tablet?	u.	tiene con un 60%, ¿cuántos puntos se necesitan para lograr la nota 4,0?
	R:		R:
l.	La décima parte del curso faltó ayer. ¿Qué porcentaje faltó ayer?	V.	De cada 100 niños 5 tienen los ojos de color verde ¿Qué porcentaje tiene ojos de otro color?
	R:		R:
		1	

¿Cómo calcular porcentajes?

>> Propósito

Calcular porcentajes.

Para calcular un porcentaje puedes:

- Multiplicar la cantidad por el equivalente del porcentaje en decimal. Por ejemplo: Calcular el 25 % de 500. Entonces, si 25 % \rightarrow 0,25; 500 0,25 = 125.
- Multiplicar la cantidad por la fracción equivalente al porcentaje. Por ejemplo: Calcular el 32 % de 1200. Entonces, si 32 % $\rightarrow \frac{32}{100}$; 1200 $\frac{32}{100}$ = 384

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa cada porcentaje como fracción irreductible y número decimal.

$$20\% \to \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \to 0.2$$

- a. 30% \rightarrow _____ \rightarrow ____
- b. 45 % → _____ → ____
- **c.** 22% → _____ → ____
- d. 40% → _____ → ____
- e. 92% → _____ → ____
- f. 48% -> _____ -> ____
- g. 68% -> _____ -> ____
- h. 88% -> _____ -> ____
- 2. Calcula los porcentajes solicitados.

15 % de 120 = 120 • 0,15 =
$$120 • \frac{15}{100} = 18$$

- a. 5% de 100 → _____
- **b.** 9% de 310 → _____
- **c.** 12% de 3600 → _____
- **d.** 25 % de 20 → _____
- e. 46 % de 2000 → _____
- f. 55% de 8500 → _____
- **g.** 60 % de 30 → _____

- h. 88 % de 230 → _____
- i. 2% de 5468 → _____
- i. 40% de 12 → _____
- **k.** 75 % de 45 → _____
- I. 18% de 585 → _____

Aplica

- **3.** Escribe V si la afirmación es verdadera, o F si es falsa.
 - a. _____ 25 es el 10 % de 250.
 - b. _____4350 es el 18 % de 20 350.
 - c. El 75 % de 670 es un número mayor que 500.
 - d. _____ El resultado de calcular el 85 % de 850 es 100.
- 4. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. En una competencia hay que correr 10 km. Si Francisco avanzó un 20% del trayecto, ¿cuántos kilómetros recorrió?

R:____

b. Para un cóctel se compraron 500 panes. Si solo se utilizó el 75 %, ¿cuántos panes se consumieron?

R: _____

c. Una piscina tiene una capacidad de 6400 L. Si se ha llenado un 85 %, ¿cuántos litros de agua faltan para llenarla?

R: _____

d.	Juana tenía ahorrado \$52000 y gastó el 36% al comprarse un libro. ¿Cuánto le costó el libro?	n.	En un colegio hay 575 alumnos matriculados de los cuales el 8% son extranjeros. ¿Cuántos alum-
	R:		nos son extranjeros?
e.	Violeta tiene un sueldo de \$350000. Si este mes		R:
	le dieron un bono correspondiente al 22 % de su remuneración, ¿cuánto dinero recibió en total?		Si de los alumnos extranjeros el 60 % son peruanos, ¿cuántos alumnos matriculados
	R:		aproximadamente son peruanos?
f.	En un concierto hay 1200 personas. El 40 % son mujeres y de ellas, el 75 % tiene entre 20 y 30 años. ¿Cuántas mujeres tienen entre 20 y 30 años?	ñ.	R:El ancho de un campo de fútbol es 80 m, y el largo es igual al ancho más el 40 % de dicho valor. Cal-
	R:		cula cuántas vueltas hay que dar al perímetro del
g.	Un grupo de amigos invierte \$ 500 000 en una empresa que les entrega cada mes una ganancia del		campo para hacer 1,92 km de recorrido. R:
	2,25 %. ¿Qué cantidad de dinero recibirán como ganancia después de un mes?	0.	La base de un triángulo isósceles mide 10 cm y uno de los lados iguales mide el 85 % de la base. Calcula el perímetro de este triángulo.
	R:		
h.	Aproximadamente, el 35 % de un yogur con frutas de 125 g corresponde a la fruta. ¿Cuántos gramos		R:
	de fruta contiene el yogur? ¿Cuántos yogures serán necesarios para que entre todos contengan 1 kg de fruta?	p.	Un automóvil recorre en la primera hora el 25 % del trayecto, y en la segunda, un tercio del trayecto. Si la longitud del viaje es de 360 km, ¿cuánto queda por recorrer después de las dos primeras
	R:		horas?
i.	El largo de una cancha de tenis es de 23,77 m.		R:
	El ancho es el 34% del largo, y la altura de la red el 4% del largo. ¿Cuáles son las medidas de una cancha de tenis y la altura de su red?	q.	Una prueba tiene 60 puntos. Con un 60 % se obtiene un 4,0. ¿Cuántos puntos necesita obtener
	R:		Alejandra para lograr un 4,0?
j.	El perímetro de un triángulo rectángulo mide		R:
,	12 cm. Un lado mide 4 cm y el otro lado es igual al 75 % del anterior. ¿Cuánto miden la hipotenusa y los catetos de este triángulo?	r.	En un paquete de fideos de 300 g aparece una tabla con la información nutricional, la que señala que el 26% corresponde a proteínas. ¿Cuántos gramos de proteínas posee el paquete de fideos?
	R:		
k.	Una botella tiene capacidad para 1,5 litros. ¿Qué cantidad de líquido tiene si se ocupa el 50% de la botella?, ¿y si se ocupa el 20%?, ¿y el 90%?	De	R:safío
	R:		
l.	En una ciudad, el 23 % de sus habitantes hablan dos o más idiomas. Si la ciudad tiene 150 000 habi- tantes, ¿cuántos hablan un solo idioma?	se inc	el problema q, cada 2 preguntas incorrectas descuenta 1 correcta. Amalia tuvo 6 preguntas orrectas y ninguna omitida, ¿qué puntaje tuvo? ¿Qué nota obtuvo si la exigencia es del
	R:	65'	70!
m.	De 120 m² que tiene un terreno, 80 m² están construidos. ¿Qué porcentaje del terreno está libre?	R: _	
	R·		

Aplicar porcentajes en diferentes contextos.

¿Cómo se utilizan los porcentajes en la vida cotidiana?

Existen distintas aplicaciones de porcentajes en la vida cotidiana.

- **Disminución porcentual**: es una variación porcentual en la cual el valor original disminuye en un porcentaje determinado, el que se debe restar.
- Incremento porcentual es una variación porcentual en la cual el valor original aumenta en un porcentaje determinado, el que se debe sumar.
- El **impuesto al valor agregado (IVA)** actualmente corresponde al 19% del valor bruto (valor sin IVA) de un producto.
- El Impuesto retenido en las boletas de honorarios corresponde a 10% del valor bruto.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

 Calcula los siguientes aumentos o disminuciones porcentuales, según sea el caso. De resultar un número decimal, redondea a la centésima.

	2600 aumentado en un 20%.	3120
a.	11 000 aumentado en un 66 %	
b.	5214 disminuido en un 87%	
c.	55 987 aumentado en un 9%	
d.	114 505 disminuido a un 77 %	
e.	552 147 aumentado en un 5%	
f.	147 258 disminuido a un 65 %	
g.	998 140 aumentado en un 45 %	
h.	1 025 687 disminuido a un 98 %	

2. Calcula el valor con IVA de los siguientes precios netos (sin IVA). Considera que el IVA corresponde al 19 % del valor neto.

	Valor neto	Valor con IVA
	\$ 10 000	\$11900
a.	\$12000	
b.	\$ 45 000	
c.	\$ 25 000	
d.	\$80000	
e.	\$ 55 000	
f.	\$ 100 000	
g.	\$ 200 000	
h.	\$ 500 000	

3. Calcula el valor sin IVA de los siguientes precios (con IVA).

	Valor bruto	Valor sin IVA
	\$23 800	\$ 20 000
a.	\$51170	
b.	\$16898	
c.	\$83657	
d.	\$ 64 260	
e.	\$85680	
f.	\$178500	
g.	\$511700	
h.	\$1174530	

а			ю		
	W	n	ш		٦
	\sim	13	ш	9	ш

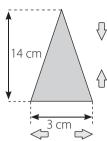
4. Analiza cada afirmación y, luego, escribe V si la afirmación es verdadera, o F si es falsa.

a.	Al aumentar el precio de un artículo en 15 % y luego disminuir este nuevo precio en 15 %, el precio queda en su valor original.
b.	Calcular el 20% de una cantidad es equivalente a dividir la cantidad por 5.
c.	43 aumentado en un 50% es un número decimal.
d.	El 20% del 50% de un número es igual a su

e. _____Para aumentar un número en 20% hay que multiplicarlo por 2.

5. Responde los siguientes problemas.

a. El área de un triángulo varía al aumentar su base y disminuir su altura. Si originalmente la base mide 3 cm y la altura 14 cm, determina el valor del área cuando:



La base aumenta un 100%.

R:
Su altura original disminuye un 50%.
R:

b. Una persona, en la vejez, puede disminuir hasta un 5 % su estatura máxima. Si una persona alcanza 170 cm de altura, ¿cuánto podría llegar a medir en la vejez?

c.	Al comprar 10 cajas de leche se hace un descuen-
	to del 2% por cada una. Si cada caja de leche tiene

un valor de \$659 y se compran 20 cajas, ¿cuál es el monto que se descuenta?

p.		
١١,		

d. Cuando se elaboran ensaladas en un casino, se produce una merma del 12% en los kilogramos de verduras que se preparan (partes no comestibles). Si se sabe que se prepararon 27 kg de ensaladas, ¿cuántos kilogramos de verduras había antes de eliminar las partes no comestibles?

R:		

e. Se anuncia la siguiente promoción: "Por la compra de cuatro artículos, pague tres". ¿Cuál es el porcentaje de descuento que se obtiene sobre el precio original de los cuatro artículos?

R: .			

f. ¿Cuál es el 20 % de 1 254 520 aumentado en el 55 % de 321 258 000 y, posteriormente, disminuido en el 80 % de 12 587 000?

R:			

g. Al comprar un celular en 10 cuotas, cada cuota tiene un valor de \$ 19573. Si se ha cobrado un interés por el total del celular de 5,8%, ¿cuál es el valor original del celular?

R:	:

h. En una tienda anuncian, a principios de julio, las ofertas: "Un 15 % de descuento en todos los artículos". Al empezar agosto: "Rebajas sobre rebajas: un 10 % sobre los artículos rebajados". ¿Cuánto costará el 15 de julio una camisa cuyo precio normal era de \$ 7500?

de \$7500?
R:
¿Cuánto costará la misma camisa el 10 de agosto?
R:
Luis ha aprovechado las segundas rebajas y ha comprado unos pantalones a \$ 10735. ¿Cuál era el precio de los pantalones antes de la temporada de rebajas?

i. María hace carteras con mostacillas y las vende a una tienda a \$ 4500 cada una. La tienda obtiene una ganancia del 28% por cada cartera. ¿Cuál es el precio de venta de cada cartera?

R:			

j. Una tienda, por término de temporada, rebaja todos sus productos. El precio original de unos lentes de sol era de \$ 26 970. El precio de oferta es \$ 21 576. Según este descuento, ¿cuál era el precio original de un traje de baño cuyo precio de oferta es \$ 15 992?

R:			

k. Un joyero le compra un anillo a un artesano a \$51 000. Vende el anillo en su tienda con un incremento del 35 % en el precio. ¿Cuál es el precio de venta del anillo?

R:			

I. Nadia compró un pantalón el miércoles a \$ 11 340. Le contaron que el martes el pantalón tenía un descuento del 10% con respecto al precio del lunes y el miércoles subió en un 5% con respecto al día anterior. ¿Qué precio tenía el pantalón el lunes?

D.		
١١		

Para expresar una fracción como número decimal finito, puedes amplificarla o simplificarla de tal manera que se obtenga una fracción decimal, y luego escribir el número decimal que corresponda. También puedes transformar la fracción, dividiendo el numerador por el denominador.

Para representar un número decimal como fracción decimal, puedes descomponerlo transformando a fracción decimal y luego sumarlas.

Para multiplicar fracciones se multiplican los numeradores y denominadores entre sí. Para dividirlos debes multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. Al multiplicar decimales, se multiplican como naturales y en el producto se consideran tantas cifras decimales como tengan en total los factores. Para dividirlos, se amplifican por la misma potencia de 10 hasta que el divisor sea entero y se dividen.

Para calcular un porcentaje cualquiera de una cantidad se puede:

- Transformar el porcentaje en decimal y multiplicarlo por la cantidad.
- Dividir la cantidad en 100 y multiplicar este cociente por el porcentaje.

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 6

- Representa como número decimal cada una de las siguientes fracciones.
- c. $\frac{14}{100}$

- Representa como fracción cada uno de los siguientes números decimales y simplifica.
 - a. 5,5
- **c.** 4,23
- b. 2,12
- **d.** 0,23

Lecciones 7 y 8

Resuelve las siguientes operaciones.

a.
$$\frac{19}{40} + \frac{4}{25} \cdot \frac{5}{32} = \underline{\hspace{1cm}}$$

d. $0.25 - 1\frac{3}{4} + 2.35 \cdot 2.2 =$

b.
$$5\frac{1}{4} - \frac{3}{32} \cdot \frac{64}{9} =$$

e. $\left(2\frac{4}{8} + 3\frac{1}{8}\right) \cdot \left(4,5 \cdot \frac{2}{9}\right) = \underline{\hspace{1cm}}$

c.
$$\frac{18}{25} \cdot 1\frac{5}{9} \cdot 0.44 =$$

f. $\frac{\frac{3}{5}:1\frac{6}{9}-\left(7.6-2\frac{5}{8}\right)}{40-245}=$

Lecciones 9, 10 y 11

Completa la tabla.

Porcentaje	Se lee	Significa
4 %	cuatro por ciento	
16 %		
		29 de cada 100
19 %		
		37 de cada 100

Lee el enunciado y escribe la razón pedida, luego exprésala como

Un curso está recolectando alimentos. La tabla muestra la cantidad de paquetes de cada producto que deben traer las mujeres y los hombres.

Tipo de alimento	Mujeres	Hombres
Lentejas	5	7
Arroz	10	6
Fideos	9	11

- a. La cantidad de mujeres que llevará fideos y el total de mujeres.
- b. La cantidad de mujeres que llevará arroz y el total de estudiantes que llevará arroz.
- c. La cantidad de hombres que llevará arroz y el total de estudiantes del curso.

32

Desafíos de integración

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Se define la siguiente operación: a ∇ b = $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$. ¿Cuál es el resultado de 3 ∇ 5?
 - b. Un rectángulo mide 0,7 m de ancho y 2,65 m de largo, ¿cuál es la mitad de su área?
 - c. Un lado de un cuadrado mide 13,7 cm. ¿Cuál es su perímetro? ¿Cuál es su área?
 - d. Se tiene un estanque con capacidad para $4\frac{1}{4}$ litros, de los cuales se han ocupado $3\frac{1}{8}$ litros. ¿Cuál es la fracción que representa la cantidad de líquido que no se ha ocupado del estanque?
 - e. En una tienda online, cada chaqueta cuesta US\$ 15,75. Si se considera que un dólar equivale a \$580,75; ¿cuántas chaquetas se pueden

comprar con \$ 116 150?

- f. Un trozo de alambre mide 5,22 m de largo. Si se quiere dividir en 3 trozos de igual tamaño, ¿cuál es la medida de cada uno?
- g. De un trayecto de 1305 metros, $\frac{5}{9}$ los recorro trotando y el resto, caminando. ¿Cuál es el trayecto que realizo caminando?
- h. Si $\frac{3}{4}$ de un número es 3735, ¿cuál es el valor de $\frac{2}{5}$ del mismo número aumentado en $\frac{2}{9}$ partes?
- i. Se quiere repartir 3,5 litros de agua en tazones con capacidad de 0,75 litros. ¿Cuántos tazones con agua se pueden llenar?
- i. 20 de cada 40 estudiantes del curso son varones. ¿Qué porcentaje del curso son mujeres?
- k. De 24 horas, un adolescente duerme la tercera parte. ¿Qué porcentaje del día está despierto?

- I. 40 de cada 100 letras se han escrito con lápiz color rojo y el resto con lápiz de color negro. ¿Qué porcentaje de las letras se han escrito con lápiz de color negro?
- m. De cada 100 botellas, 20 tienen problemas de fabricación. ¿Qué porcentaje de las botellas no son defectuosas?
- n. De los 160 GB de capacidad del computador, se han ocupado 40. ¿Qué porcentaje de la capacidad del computador está libre?
- ñ. Gabriela tenía ahorrado \$50000. Se compró una chaqueta y le quedaron \$ 18 100. ¿Qué porcentaje de lo que tenía ahorrado gastó en la chaqueta?
 - R٠
- o. Si en una automotora se compra un automóvil que cuesta \$5990000 al contado, la empresa rebaja el 10 % del valor. Si se compra al contado el automóvil, ¿cuál es el valor que se paga por este?
- p. Un producto tiene un costo de \$ 21 850. ¿Cuál es su precio de venta? Recuerda que el IVA es un 19%.
- q. Un MP4 tiene un valor de \$53550, IVA incluido. ¿Cuál es su valor sin IVA?
- r. Un comerciante quiere ganar un 30% sobre el valor neto de un producto. Si el costo del producto es \$ 1750, ¿cuál será el valor de venta si se debe incluir el IVA?
- s. El papá de Simona recibió un aumento de \$42000 que corresponde al 12% de su sueldo mensual. ¿Cuál es el sueldo mensual del papá de Simona?
- t. En una empresa los sueldos se reajustan año a año de acuerdo al IPC. Si el IPC del año anterior fue de 2,6% y Mario recibió \$461 700. ¿Cuál era su sueldo antes del reajuste?

Resolución de problemas

estrategia presentada.

Estrategia: Hacer un diagrama

Resuelve los siguientes problemas utilizando la

Cuando un problema está relacionado con porcentajes o cantidades decimales, puedes elaborar un diagrama que muestre la distribución de los datos y permita su comparación. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

a.	Una CPU cuesta \$ 278 000. En una oferta hacen un descuento del 15 %. ¿A qué porcentaje del precio original equivale el precio en oferta? ¿Cuánto cuesta la CPU en oferta? ¿A cuánto dinero equivale el descuento?
	R:
b.	Una persona compró una bebida afuera del cine, ahorrándose un 35% que si comprara el mismo producto dentro. Si el producto le costó \$ 1090, ¿cuánto costaría la bebida dentro del cine?
	R:
C.	Durante un año, Mauricio ahorró \$ 150 060. Antes de irse de vacaciones desea comprarse una bicicleta que cuesta \$ 180 000, y se la venden con un descuento del 15%. ¿Le alcanzará a Mauricio el dinero ahorrado para comprarse la bicicleta?
	R:
d.	Don Jorge vende chocolates en su quiosco. Él se los compra a doña Julia, que los prepara en su casa, a \$ 50 cada uno y los vende con un 95 % de incremento en el precio. ¿Cuál es el precio de venta de los chocolates?
	R:
e.	Isabel quiere viajar a Valparaíso para Fiestas Patrias. Ella sabe que normalmente el pasaje cuesta \$ 4000 y que en esa época tiene un incremento del 70%. Por un convenio, puede optar a un descuento del 30%. Si ella cuenta con \$ 6000, ¿le alcanzará?
	R:
f.	El papá de Francisco pondrá un carrito para vender jugos naturales en el verano. Él mezcla 250 g de frutillas a \$ 600 el kilogramo y 200 g de manzana a \$ 550 el kg. Si quiere obtener un 30 % de ganancia,

¿a qué valor se deben vender los jugos?

g.	La mamá de Julio quiere comprar una lavadora. I precio es de \$ 156 000. El vendedor le explicó questa semana hay una promoción por la cual todo los artículos que se vendan al contado tienen un descuento del 4%. También puede optar por comprarlo en tres cuotas con un aumento del 9 ¿Cuál es el precio al contado y el precio en cuota R:	
h.	Carlos va aumentando la distancia que corre diariamente y necesita llevar más agua consigo. La botella actual de agua contiene 1,5 litros. En la botella nueva hay un 25 % más de agua que en la actual. ¿Cuál es la capacidad de la nueva botella de agua?	
i.		
j.	A la mamá de Fernanda le entregaron su liquidación de sueldo. En ella los descuentos legales (previsión 12,6% y salud 7%) se realizan con respecto al sueldo imponible, pero el bono de locomoción y el de colación no eran imponibles, es decir, no se les aplicaba el descuento. Además, el sueldo líquido se obtenía restando del sueldo imponible los descuentos legales y agregando los bonos que no eran imponibles. Si la mamá de Fernanda tiene un sueldo imponible de \$500000 y el bono de locomoción y colación es de \$45000 cada uno, ¿cuál es el sueldo líquido que recibe al final de cada mes?	

2	Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problem	nas.	
a.	Carlos puede comprar en dos tiendas: Telas y Tejidos. La tienda Telas hace primero un descuento del 30% y después carga el IVA (19%). La tienda Tejidos primero incrementa el precio del IVA (19%) y después realiza un descuento del 30%. ¿en cuál de las dos tiendas le resultará más económica la compra? R:	d. Una tienda de artículos deportivos ofrece una ta de fin de semana en cascos de bicicletas. Lo letreros que están en la tienda dicen lo siguier "Oferta de fin de semana, 40% de descuento e todos los cascos". "Oferta especial para madrug dores 8:00 - 11:00 am: descuento adicional de sobre el precio de oferta de fin de semana par	os nte: en ga- 1 3 a
b.	Un empresario compra un departamento. Al cabo de dos años, su valor se incrementó en un 10%. Se lo vende a otra empresa con un descuento de un 10%. ¿Quién pagó más por el departamento, el empresario o la empresa?	todos los cascos de bicicleta". Si el precio origir de un casco es de \$ 32 400. • ¿Cuánto costará durante la oferta de fin de semana? R: • ¿Cuánto dinero se ahorrará al comprar el caso	
C.	R:Carlos y Tamara están discutiendo acerca de las variaciones porcentuales. Carlos dice que un cambio de precio de \$ 200 a \$ 100 es una disminución del 50% y Tamara dice que un cambio de precio de \$ 100 a \$ 200 es un incremento del 100%. ¿Quién o quiénes tienen la razón? Justifica tu respuesta. R:	un sábado antes de las 11:00 am? R: Si un miércoles se quiere comprar un casco o cuesta \$ 28 800. ¿Cuánto se ahorrará si se cor un domingo a las 10:00 am? R: Si un domingo se compró un casco que cues \$ 29 300 antes de las 11:00 am. ¿Cuánto se ah si se hubiese comprado un miércoles?	que npra
3	Con la información dada, crea problemas que puedan con la estrategia y compártelos con tus compañeros y	n ser resueltos	
a.	El precio de un producto es \$ 5000 y tiene un descuento del 25 %. Pregunta: Respuesta:	 b. El costo de un producto es de \$ 300 y el precio de venta es de \$ 550. Pregunta:	-
	visando mis procesos		
	ponde las siguientes preguntas sobre la estrategia utiliz ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si r		
2.	Si utilizaste otra estrategia, explícala.		
3. <i>i</i>	En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrateg	gia?	

Representar potencias de base 10.

¿Cómo representar números utilizando potencias de base 10?

• Una potencia es una multiplicación repetida del mismo factor. El factor que se multiplica se llama base y la cantidad de veces que se repite se llama exponente.

$$a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a = a^{n \rightarrow exponente}$$

• Para calcular el valor de la potencia, se multiplica la base por sí misma tantas veces como indique el exponente. Por ejemplo:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$$

• Una potencia de base 10 tiene como regularidad que se representa con un 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente positivo.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa con una potencia.

	5 • 5 • 5 • 5	=54
a.	12 • 12 • 12 • 12	=
b.	2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2	=
c.	10 • 10 • 10 • 10 • 10 • 10	=
d.	p.b.b.b.b.b.b.b.b.b.b	=

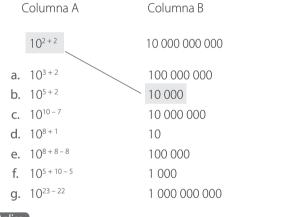
2. Representa las siguientes potencias como una multiplicación iterada y calcula su valor.

	3 ⁵ =	=	3 • 3 • 3 • 3	=	243
a.	8 ³	=		=	
c.	65	=		=	
d.	5 ⁶	=		=	
e.	44	=		=	
f.	54 ²	=		=	
g.	45³	=		=	
h.	213	=		=	
i.	15 ⁵	=		=	

3. Analiza cada par de números. Luego, escribe = o ≠ según corresponda.



4. Relaciona la potencia de base 10 de la columna A con su resultado en la columna B, según corresponda.



Aplica

5. Escribe V si la afirmación es verdadera, o F si es falsa.

a. _____ El resultado de 10⁵ • 10 es 1 000 000. b. _____ 25 000 es igual a $5^2 \cdot 10^4$. c. _____ Al dividir un número por una potencia de 10, el resultado es mayor que el número. d. _____ Al multiplicar un número natural por una potencia de 10, se le agregan ceros a la derecha. e. _____ El resultado de diez al cubo disminuido en diez al cuadrado es diez. El valor de la potencia 2ª es igual al valor

__ El exponente de una potencia de 10 coincide con el número de ceros de su valor.

de 4².

- a. ¿Cuántas veces hay que multiplicar 2 por sí mismo para que resulte 64?
- b. En el campo hay 5 conejas que han tenido 5 crías cada una. ¿Cuántos conejos hay? Expresa el resultado como una potencia.

R:_____

c. La profesora de Educación Física ordena a su curso en cuatro filas de cuatro estudiantes cada una. Si todos están en las fila, ¿cuántos alumnos hay en la clase? Expresa el resultado en potencia.

R:____

d. Al doblar un papel por la mitad repetidas veces y luego estirarlo, se marcan varias regiones. Por ejemplo, en un primer doblez quedan marcadas dos regiones del papel y si se vuelve a doblar se marcarán 4 regiones. Si se hacen cuatro dobleces, ¿en cuántas regiones queda dividido el papel? Realiza un diagrama de árbol en tu cuaderno y responde.

R:_____

e. Un alumno hace un cuadrado de 5 cm de lado. Como le resulta pequeño, duplica el lado. ¿Cuántas veces mayor es el cuadrado ahora?

R:_____

f. Un arquitecto proyecta un galpón cuadrado de 400 m² de superficie en un establecimiento industrial. Al cliente le parece exagerado y decide que el lado mida la mitad. ¿Cuántos metros cuadrados tendrá el nuevo galpón?

R: _____

g. Un alumno dibujó un cuadrado de 3 cm de lado y otro de 4 cm. Si dibuja un tercer cuadrado cuyo lado sea la suma de los dos anteriores, ¿qué superficie tendría el nuevo cuadrado?

R:____

h. ¿Cuántas veces hay que multiplicar 10 por sí mismo para que resulte 1000?

mismo para que resulte 1000?

i. Si un billón es un millón de millones, ¿cómo se expresa este número en potencia de 10?

R:____

j. Si un trillón es un billón de millones, ¿cómo se expresa este número en potencia de 10?

R:_____

k. El lado de un cuadrado es 10 000 cm, ¿cuál es su área? Expresa el resultado en potencias de 10.

R: _____

I. Marcelo realizó el siguiente cálculo:

 $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$

¿Qué error cometió?

R: _____

m. Un estante para libros tiene diez repisas. En cada repisa caben 10 enciclopedias y cada enciclopedia está compuesta por 10 tomos. ¿Cuántos tomos de enciclopedia caben en el estante?

R:____

n. La distancia de la Tierra al Sol es de 150 millones de kilómetros. ¿Cómo se expresa esta distancia utilizando potencias de 10 y números naturales?

}•

ñ. El océano Pacífico tiene una superficie de 180 millones de km². ¿Cómo se expresa esta superficie utilizando potencias de 10 y números naturales?

R: ___

o. La distancia media de Urano al Sol es de 2900 millones de kilómetros. ¿Cómo se expresa esta distancia utilizando potencias de 10 y números naturales?

p. Mercurio está a 9170 000 000 kilómetros de la Tierra. ¿Cómo expresarías esta distancia utilizando potencias de 10 y números naturales?

R:_____

q. Júpiter está a 628 700 000 000 kilómetros de la Tierra. ¿Cómo expresarías esta distancia utilizando potencias de 10 y números naturales?

R: ___

r. La velocidad de la luz es la distancia en metros que recorre la luz en un segundo y corresponde a 300 000 000 metros por segundo aproximadamente. ¿Cómo expresarías esta constante usando potencias?

R: _____

Relacionar las potencias de base 10 con el sistema decimal.

¿Cómo se relacionan las potencias de base 10 con el sistema decimal?

Para descomponer aditiva y multiplicativamente números en potencias de base 10, se debe escribir cada valor posicional como una potencia de base 10 y multiplicarla por la cifra correspondiente a la posición.

Por ejemplo, 5 369 137:

	(CMi)	(DMi)	(UMi)	(CM)	(DM)	(UM)	(C)	(D)	(U)
Valor en unidades	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
Valor como potencia	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰
Número			5	3	6	9	1	3	7

Su descomposición es:

$$5369137 = 5000000 + 300000 + 60000 + 9000 + 100 + 30 + 7$$

$$= 5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Dado el número 756801924, responde.

¿Cuál es la cifra de la unidad de mil? ____1___

- a. ¿Cuántas unidades de millón tiene el número?
- b. ;Cuál es la cifra de la centena de millón?
- c. ¿Cuántas decenas de mil tiene el número?
- d. ¿Cuál es la cifra de la decena de millón?

2. Descompón los números como muestra el ejemplo.

$$807312 = 800000 + 0 + 7000 + 300 + 10 + 2$$

- a. 57034450 = ____
- b. 68 025 970 = ____
- **c.** 99 243 067 = _____
- **d.** 100 024 395 = _____
- e. 507210030 = ____
- f. 725 340 254 = _____ g. 900 435 003 = _____

3. Descompón los números usando potencias de 10.

$$75689 = 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

- a. 177 809 = _____
- b. 5687609 = _____
- **c.** 78 806 765 = _____
- d. 368 345 321 = ____
- e. 423118091 =____
- f. 120034385 = ____
- g. 577 310 040 = _____
- h. 825 740 284 = _____
- i. 910635403 = _____

4. Compón los siguientes números.

$$5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 54791$$

a.
$$7 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

b.
$$5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1$$

 $1 \cdot 10^0$

c.
$$2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

a. Si la máxima potencia por la que se multiplica un número es 10⁹ y la de otro número es 10⁸ ¿podemos determinar cuál de ellos es mayor? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

R٠

b. Al disminuir en 5 la unidad de mil y aumentar en 3 la decena de mil de un número, resulta 53 456. ¿Cuál es el número original?

R:_

c. La distancia media (la semisuma de la distancia mínima y máxima) entre el centro de la Tierra y la Luna es de 384 400 km aproximadamente. Para determinar la distancia mínima entre ellas debes disminuir la distancia media en 3 las decenas de mil y aumentar en 2 la unidad de mil. ¿Cuál es la distancia mínima entre la Tierra y la Luna?

R:_

d. El dígito de la unidad de un número de 9 cifras es 1 y el de las decenas es 2. El dígito de la centena de millón es el mismo que el de las centenas, que es el triple del que está en la unidad. El dígito de la centena de mil es el mismo que el de las decenas de mil, el cual es el doble del que está en las decenas. El dígito de la unidad de millón es el mismo que el de la unidad. Si la suma de todos sus dígitos es 20 y la decena de millón es 1, ¿cuál es el número?

R:_

e. Un número tiene el dígito 9 en la centena de millón y otro tiene el dígito 8 en la centena de mil. Si ambos números tienen la misma cantidad de dígitos, ¿se puede saber cuál es mayor? ¿Qué datos nos faltarían para poder determinarlo?

R:_

f. Si un número tiene 12 dígitos, ¿cómo se llaman los tres primeros valores posicionales?

R٠

g. La masa en kilogramos de Saturno tiene un 5 multiplicado por 10²⁶ en su descomposición y la masa de Urano tiene un 8 multiplicado por 10²⁵. Si la mayor potencia que posee cada uno es la mencionada anteriormente, ¿qué planeta tiene una mayor masa?

R٠

h. La masa de la Tierra en kilogramos es, aproximadamente 5 · 10²⁴ + 9 · 10²³ + 8 · 10²². ¿Cuál es la aproximadamente la masa de la Tierra en toneladas?

R:_

i. Una ciudad tiene aproximadamente una cantidad de personas con 6 cifras, el dígito que va multiplicado por 10⁴ es 6, la cifra de las unidades de mil es 7 y la centena de mil es 1. ¿Cuántas personas tiene aproximadamente la ciudad?

R: _

j. La velocidad de la luz es 3 • 108 metros por segundos. Si al transformar esta magnitud a kilómetros por segundo la potencia de 10 disminuyo en 3 su exponente, ¿cuál es la velocidad de la luz expresada en kilómetros por segundo?

R: ___

k. Felipe transformó la distancia entre la Tierra al Sol (que es 93 000 000) de millas a kilómetros y obtuvo un número que tuvo los siguientes cambios con respecto a la cifra en millas: el dígito de la unidad de millón aumentó en 5 unidades, el dígito de la decena de millón disminuyó en 5 unidades, el dígito de la centena de mil aumentó en 8 unidades y el dígito de la centena de millón es 1. ¿Cuál es la distancia en kilómetros entre la Tierra y el Sol?

R:

I. Una persona tiene un rango de glóbulos rojos (eritrocitos) por milímetro cúbico de sangre. El mínimo es 4 • 10⁷ + 5 • 10⁶ glóbulos rojos por milímetro cúbico de sangre. ¿Cuál es la máxima cantidad de glóbulos rojos si para saberlo se invierten los dígitos de la centena de mil y la unidad de millón de dicha cantidad?

R: _

m. Un dispositivo electrónico aumenta su capacidad de almacenamiento de GB (10°) a TB. Si un dispositivo tenía una capacidad de 8 GB, ¿cuál será la capacidad del dispositivo en TB cuyo dígito es 8 y está multiplicado por una potencia de 10 cuyo exponente aumentó en 3 unidades con respecto al dispositivo anterior?

С	,	•	
Г	I	۰	-

Escribir números en notación científica.

¿Qué es la notación científica?

• La notación científica se utiliza para expresar de forma abreviada números muy grandes o muy pequeños. Los números en notación científica se expresan como un producto entre un número mayor o igual a 1 y menor que 10 y una potencia de 10, es decir:

$$a \cdot 10^n \rightarrow 243\,000 = 2,43 \cdot 10^5$$

Practiquemos lo aprendido

		n De l

1. Expresa cada producto como un solo número.

	4,2 • 10 ⁵	=	420 000
a.	5,4 • 10 ⁴	=	
b.	4,5 • 10 ⁶	=	
C.	3,3 • 10 ⁷	=	
d.	3,1 • 10 ⁴	=	
e.	11,5 • 10 ⁵	=	
f.	0,4 • 104	=	
g.	8,74 • 10 ³	=	
h.	0,25 • 10 ⁵	=	
i.	47,8 • 10 ³	=	
j.	1,10 • 105	=	
k.	98,7 • 10 ⁷	=	

2. Relaciona cada número con su notación científica.

	1,23 • 105	32	400 000
a.	3,24 • 10 ⁷	12	30 000 000
b.	1,23 • 10 ⁹		123 000
c.	8,6 • 10 ⁷	8	78 900 000
d.	8,249 • 10 ⁶		93 250 000
e.	9,14 • 10 ⁵		86 000 000
f.	8,789 • 10 ⁸		8 249 000
g.	9,325 • 10 ⁷		914000

3. Representa cada número en notación científica.

	40	= 4 · 10 ¹	
a.	17 000	=	
b.	135 000	=	
c.	12300000	=	
d.	25 100 000	=	

	e.	12 900 000 000 =
	f.	60 250 000 000 =
	g.	125 100 000 000 =
	h.	3 000 000 000 000 =
Ap	olica	
4.	Re	presenta cada valor descrito en notación científica.
	a.	La unidad astronómica (UA) es una unidad de medida que corresponde a la distancia media entre la Tierra y el Sol, cuyo valor aproximado es 149 597 870 000 m.
		R:
	b.	Hay registros escritos de avistamientos del cometa Halley durante los últimos dos milenios. Su período orbital es de 76 años y su máxima distancia del Sol es de 5 295 000 000 km, aproximadamente.
		R:
	C.	La masa del Sol es, aproximadamente, de 1 989 100 000 000 000 000 000 000 000 000 kg.
		R:
	d.	En química se utiliza la constante de Avogadro, que indica el número de moléculas que hay en un mol de cualquier sustancia. El número aproximado es 602 000 000 000 000 000 000 000.
		R:
	e.	La masa de la Tierra es, aproximadamente, de 5 980 000 000 000 000 000 000 000 kilogramos.
		R:
	f.	La distancia de la Tierra a Marte es, aproximadamente, de 400 000 000 kilómetros.

q. ¿Cómo se expresaría en notación científica

7 billones de euros?

R:__

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 12

Una potencia es una multiplicación iterada. El factor que se repite se llama base y la cantidad de veces que se repite se llama exponente.

Una potencia de 10 tiene como base el 10, y el valor de esta potencia es un 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente positivo.

Completa cada igualdad con el número o potencia que la mantenga.

c.
$$10^3 \cdot _{=} = 3$$

d.
$$\underline{} \cdot 10^{1+3} = 754,12$$

e.
$$4 \cdot 10^5 - = 3 \cdot 10^5$$

f.
$$\underline{\hspace{1cm}} + 3 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^5$$

g.
$$10^{10} \cdot 4 + 12,54 =$$

h.
$$(10^5 - 10^5) + \underline{\hspace{1cm}} = 10^{15}$$

i.
$$5:(10^4 \cdot 10) =$$

i.
$$\underline{} = 3 \cdot 10^5 \cdot 10^5$$

k.
$$12 \cdot (10^8 : 10^5) =$$

I.
$$= 4.25 \cdot 10^{8-3}$$

Para descomponer aditiva y multiplicativamente utilizando potencias de base 10, se debe escribir cada dígito del número multiplicado por la potencia de 10 equivalente a la posición del dígito.

Lección 13

Compón las siguientes descomposiciones.

a.
$$2 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 =$$

b.
$$5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 =$$

c.
$$7 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^0 =$$

d.
$$6 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 =$$

La notación científica se utiliza para expresar de forma abreviada números muy grandes o números muy pequeños. Los números en notación científica se escriben como un producto entre un número mayor e igual a 1 y menor que 10 y una potencia de 10.

Representa en notación científica los siguientes números. Aproxima el coeficiente a la centésima.

Lección 14

Desafíos de integración

 Resuelve los siguientes problema 	as.
--	-----

una potencia de base 10.

Re	esuelve los siguientes problemas.	h.	Un grupo de 10 amigos quiere ir a un recital. Los
a.	El perímetro de un cuadrado es 68 cm. Si todos sus lados disminuyen 9 cm, ¿cuánto mide su nueva superficie?		10 amigos en total deben pagar \$ 200 000. Si cada uno lleva ahorrado un décimo de la entrada, ¿cuánto dinero le falta por ahorrar a cada uno?
	R:		R:
b.	Cierto tipo de bacteria se duplica cada una hora. Si a las 13:00 existe una bacteria, ¿a qué hora se tendrán 4096 bacterias?	i.	Una cuadra es considerada como la distancia entre dos esquinas. Por otro lado, una manzana es el cuadrado formado por 4 cuadras. Si una cuadra tiene una longitud de aproximadamente
	R:		100 metros, ¿cuál es la superficie que ocupa una
c.	Un proveedor reparte 10 cajas con 10 paquetes de 10 bebidas cada uno. Si visita 10 almacenes. ¿Cuántas bebidas reparte en total?		manzana? R:
		j.	Una fotocopiadora hace 1000 fotocopias
	R:		diariamente. Si cada fotocopia que se saca tiene un valor de \$ 10, ¿cuánto dinero se junta en
d.	Jorge y Mario inventaron un juego en el que cada jugador parte con 1 punto y cada vez que gana, duplica su puntaje. Jorge ganó 6 veces y Mario		30 días trabajados? Expresa el resultado utilizando potencias.
	5 veces. ¿Cuántos puntos de ventaja obtuvo Jorge		R:
	sobre Mario?	k.	Paula desea promocionar un evento de moda. Para
	R:		ello imprime 1000 volantes y 100 afiches con la
e.	Un edificio tiene 5 pisos, en cada piso hay 5 departamentos, cada uno de los cuales tiene 5 puertas. Estas, a su vez, tienen 5 pernos cada una. ¿Cuántos pernos hay en una manzana que tiene 5 de estos edificios? Expresa tu resultado como potencia.		información. Si cada volante le costó \$ 15 y cada afiche \$ 293, ¿cuánto dinero gastó en la promoción del evento? Expresa el resultado utilizando potencias de base 10. R:
	R:	l.	Una persona consume, en promedio, 10 kg de vegetales al mes. Si en una ciudad viven un millón
f.	Cristián invierte en la Bolsa de Comercio y compra acciones a \$500 cada una. Por una reacción del mercado, la acción aumenta al doble de su		de personas, ¿cuántos kilogramos de vegetales se consumen al mes en esa ciudad? Expresa tu resultado en notación científica.
	valor cada mes, durante un período de 6 meses		R:
	consecutivos. Expresa el valor final de la acción utilizando potencias.	m.	Una plancha de plumavit contiene 3,3 • 10 ⁵
	R:		partículas. ¿Cuántas partículas contiene en 1000 planchas de plumavit? Expresa tu resultado
а			en notación científica.
g.	cuarta parte de lo vendido será donado a un hogar		R:
	de menores, el padre de Pablo le compra a él y a sus hermanos algunos aparatos tecnológicos. A Daniela le regala un MP4 en oferta a \$ 36 299, a Pablo e Ignacio les obsequia un equipo de música	n.	Una empresa logra ganancias de \$4,56 • 10 ⁸ en el primer semestre. Si el segundo semestre duplica sus ganancias, ¿cuál es esta cantidad?
	para su pieza a \$ 74 990. Al cancelar, el vendedor le		R:
	informa que los dos aparatos tienen un descuento adicional y le restarán \$ 11 289. ¿Cuánto dinero gastó en total el padre de Pablo? Escribe el resultado como	ñ.	Analiza los valores numéricos de las potencias de 3 y determina el valor de la cifra de las unidades

del número 3³².

Resolución de problemas

Estrategia: Usar ensayo y error sistemático

Para resolver este problema puedes utilizar la estrategia Usar ensayo y error sistemático. Para ello, se eligen algunos valores numéricos para operarlos y así estimar el valor buscado.

Resuelve los siguientes problemas utilizando la

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

	estrategia presentada.
a.	La altura de un árbol es de 1,5 m, mientras que la altura de la Gran Torre Santiago (Costanera Center) es de 3 • 10 ⁴ cm. ¿Cuánto más alto es, aproximadamente, la Gran Torre Santiago, en comparación con el árbol?
	R:
b.	En el año 1804 existían en el planeta, aproximadamente, 1000 millones de personas. Si en el año 1960 habían 3 • 10º personas, ¿cuántas personas más habían en 1960, en comparación con 1804?
	R:
C.	En el año 1960 habían 3 • 10º personas y en 1999 habían 6 000 millones de personas. ¿Cuántas personas más habían en 1999, en comparación con 1960?
	R:
d.	Actualmente, la población china la conforman, aproximadamente, 1 300 000 000 habitantes. Si se considera que en el mundo hay 7 • 10 ⁹ habitantes, ¿cuántas poblaciones chinas equivalen a la población mundial, aproximadamente?
	R:
e.	Un colibrí tiene una masa de 5 gramos, aproximadamente, mientras que la masa de un elefante es de 7,5 • 10 ⁶ gramos. ¿Cuántos colibríes se necesitan para representar la masa del elefante?
	R:
f.	En vacaciones, el auto A recorre 42 000 m, mientras que el auto B recorre 6,93 • 10 ⁵ m. ¿Cuánto más recorrió el auto B en comparación con el auto A?
	R:
g.	Una cava de vino tiene una capacidad de 5 • 10 ⁶ cc. Si se quieren llenar botellas de 1000 cc de capacidad, ¿cuántas botellas se pueden llenar?

h.	En una receta se utilizan 2000 gramos de harina para hacer un pastel de chocolate. Si una empre envía un pedido, el cual consiste en un pastel pe cada uno de sus trabajadores y la pastelería cue ta con 1,6 • 10 ⁶ gramos de harina. ¿Para cuántos pasteles alcanza aproximadamente?	esa ara
	R:	
i.	La masa de la Tierra es, aproximadamente, 5,97 • 10 ²⁴ kg. Si la masa de Venus es, aproxima- damente, 4,87 • 10 ²⁴ kg. ¿Cuántas veces es mayo aproximadamente, la masa de la Tierra que la de Venus?	
	R:	
j.	55 gramos de jugo en polvo se disuelven en 1 li de agua. Si para un evento, la comisión cuenta con 2,53 • 10 ⁴ gramos. ¿Para cuántos litros de jugalcanza aproximadamente?	
	R:	
k.	La distancia aproximada entre Santiago y Ranca gua es de 80 000 m, mientras que desde Santiag a San Pedro de Atacama es de aproximadament 1,6 • 106 m. ¿Cuántas veces es menor, aproximad mente, la distancia entre Santiago y Rancagua e comparación con la de Santiago y San Pedro de Atacama?	go te da-
	R:	
l.	100 gramos de detergente en polvo se disuelve 1 litro de agua. Si una lavandería utiliza diaria- mente 4,58 • 10 ⁵ gramos, ¿cuántos litros de agua necesita para disolver todo el detergente?	
	R:	
n.	Un pelo humano tiene un grosor de 0,02 mm. S una persona tiene en promedio 10 000 pelos, ¿c es el grosor total de todo el cabello?	
	R:	

	n un momento dado, 4 • 10 ⁵ km y 1,5 • 10 ⁸ km, sepectivamente. ¿Cuántas veces es mayor la sistancia de la Tierra al Sol en comparación con distancia a la Luna? período orbital de la Tierra alrededor del Sol es 16 • 10 ⁷ segundos, es decir, un año. El período, e Plutón es 7,82 • 10 ⁹ s. ¿Cuántos años tarda utón en recorrer su órbita? 6,009421 • 10 ⁹ habitantes en e siglo XX el primer alunizaje fur 726 300 000 personas, ¿cuántos aproximadamente, la cantidad tantes al inicio del siglo XXI co personas que vieron cómo Ne el primer paso en la Luna? R:	f. Al comienzo del siglo XXI había cerca de 6,009421 • 10º habitantes en el planeta. Si en el siglo XX el primer alunizaje fue observado por 726 300 000 personas, ¿cuántas veces es mayor, aproximadamente, la cantidad total de habitantes al inicio del siglo XXI con respecto a las personas que vieron cómo Neil Armstrong daba
C.	El diámetro ecuatorial de Júpiter mide aproximadamente 1,42984 • 108 m y el meridiano terrestre mide aproximadamente 40 000 000 m. ¿Cuántas veces es mayor el diámetro ecuatorial de Júpiter que el meridiano terrestre?	dedor del Sol, mientras que la Tierra lo hace en 3,1536 • 10 ⁷ segundos, aproximadamente. ¿Cuántas veces más demora, aproximadamente la Tierra en dar la vuelta alrededor del Sol con respecto a Mercurio?
d.	R:La masa de la tierra es de 5,98 • 10 ²⁴ kg y la masa de la Luna es de 7,34 • 10 ²³ . ¿Cuántas veces es mayor la masa de la Tierra en comparación con la masa de la Luna?	h. Si una persona cuenta una estrella por segundo y en la Vía Láctea hay 1,2 • 10 ¹¹ estrellas aproximadamente, ¿cuántos años se demoraría una persona en contar todas las estrellas de la Vía Láctea?
e.	R: Un año luz equivale a 9,46 • 10 ¹⁵ m ¿A cuántos años luz equivalen 5,2 • 10 ¹⁶ m? R:	R:
3	Utilizando la misma estrategia, u otra que conside adecuada, resuelve los siguientes problemas.	eres
a.	En Santiago hay 5 428 590 habitantes y en Temuco hay 3,5 • 10 ⁵ personas, aproximadamente. Pregunta: Respuesta:	 b. El desierto del Sahara tiene una superficie de 9065 000 km² y el Gran desierto australiano una superficie de 3,8 • 10⁶ km². Pregunta: Respuesta:
Re	visando mis procesos	
Res	ponde las siguientes preguntas sobre la estrategia u	ıtilizada.
1	. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problema	as? Si no fue así, ¿por qué?
2	• Si utilizaste otra estrategia, explícala.	
3	¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta es	trategia?

Utilizando la misma estrategia, u otra que

PARTE I Para repasar contenidos

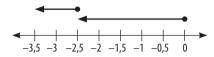
Marca la alternativa correcta.

- 1 ¿Cuál de las siguientes situaciones puede ser representada por un número entero negativo?
 - A. Recorrer 200 kilómetros.
 - B. Abonar \$ 1000 en una cuenta de ahorro.
 - C. Subir 6 peldaños de la escalera.
 - D. Bajar tres pisos en el ascensor.
- 2 El resultado de: 2 20 7 + 4 + 12 + 3 5 es:
 - **A.** 11
 - B. -11
 - C. 25
 - D. -49
- 3 La cuenta corriente de Francisca tiene \$65 000. Si se cobra un cheque por \$78 000, ¿cuánto dinero tiene ahora en la cuenta corriente?
 - A. Le quedan 13 000 pesos.
 - B. Le quedan –13 000 pesos.
 - C. Le guedan 143 000 pesos.
 - D. Le quedan -143 000 pesos.
- 4 ¿Qué números están ordenados de mayor a menor?
 - **A.** -10; -8; 2; 5.
 - **B.** 5; 2; -8; -10.
 - C. -8; -10; 2; 5.
 - D. 5; 2; -10; -8.
- 5) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?
 - A. 3 < 2
 - B. 6 < -7
 - C. -9 > -5
 - **D.** -12 < -5
- 6 Se define la operación a $\nabla c = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} : c$

¿Cuál es el resultado de 3 ∇ 5?

- **A.** 1
- **B.** $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{5}$
- **D.** 5

¿Qué operación se ha representado?



- A. -3.5 + -2.5
- B. -3.5 + 2.5
- C. -2.5 1
- D. -2.5 + 1
- 8 El perímetro del paralelogramo es 32,765 cm. ¿Cuál es la medida del lado de menor longitud?
 - A. 6,0320 cm.
 - B. 6,0325 cm.
 - C. 12,065 cm.
 - D. 22,415 cm.



- 9 Un chaleco vale \$9990. ¿Cuánto se paga de IVA por la prenda, aproximadamente?
 - **A.** \$1595
- C. \$8092
- **B.** \$1898
- **D.** \$8395
- 10 Al componer $4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$ se obtiene:
 - **A.** 40 586
- C. 45806
- **B.** 45 086
- D. 45860

PARTE II Para practicar habilidades

Realiza las siguientes actividades.

11 Las siguientes temperaturas se registraron el día viernes en Chiloé.

Ciudad	Temperatura
Ancud	-1 °C
Chonchi	7 ℃
Quellón	-2 ℃

a. ¿Dónde se registró la temperatura más baja?

R: _

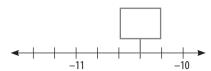
b. ¿Dónde se registró la temperatura más alta?

R:

c. Entre Ancud y Chonchi, ¿cuántos grados hay de diferencia?

|--|

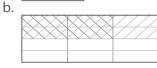
12 ¿Qué número completa la recta numérica?



(13) ¿Qué operación se encuentra representada en las figuras?

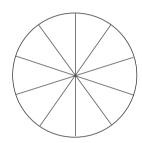








(14) Considerando que todas las partes son del mismo tamaño, pinta lo que se pide.



- Un 20% azul.
- Un 30% café.
- Un 10% verde.
- Un 40 % rojo.

15 Resuelve los siguientes problemas.

a. Una brocha se vende con un 20 % de descuento. Si se pagan \$ 478 menos, ¿cuál es el precio de la brocha sin el descuento?

R٠

b. En la competencia de remo de 24 km, Pedro logró avanzar tres octavos del camino antes de perder un remo en el mar. ¿Cuántos kilómetros le faltó a Pedro por recorrer?

R:

c. Franco leyó un libro de 72 páginas en 8 días. El primer día leyó un cuarto del texto, el segundo día, leyó 6 páginas, y el resto de los días leyó la misma cantidad diariamente. ¿Cuántas páginas leyó diariamente desde el tercer día?

R: .

d. Para que el área de un cuadrado de lado 5 cm aumente en 11 cm², ¿en cuánto debe aumentar su lado?

R:_

e.	Rocío vende lanas de colores a \$ 780 el ovillo de
	50 g y a \$ 1450 el ovillo de 100 g. Si un cliente
	quiere comprar \$ 10 000 en lanas:

• ¿Cuántos ovillos de 50 g puede llevar?

R٠

¿Cuántos ovillos de 100 g puede llevar?

R:

• ¿Cuántos ovillos y de cuántos gramos debe comprar para hacer rendir de mejor forma su dinero?

R: _____

f. Martín afirma que la expresión $(-1)^2 + (-1)^3 - (-1)^5$ tiene como resultado 3. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

R:

g. En un condominio hay 6 edificios, en cada edificio hay 6 pisos y en cada piso hay 6 departamentos. Si cada departamento tiene 6 ventanas, ¿cuántas ventanas hay en el condominio?

R٠

h. Los productos de una tienda tienen 40 % y 15 % de descuento, según si son de hombre o de mujer. Completa la tabla y responde:

Prenda - Valor	Menos 40 % (mujer)	Menos 15 % (hombre)
Bufanda \$ 5640		
Gorro \$ 3990		
Guantes \$4500		

• ¿Cuánto se debe pagar si se quiere llevar dos pares de guantes de hombre?

R:_____

• ¿Cuánto se debe pagar por un gorro de mujer y una bufanda de hombre?

R:_

• ¿Cuánto se debe pagar por un gorro de hombre y una bufanda de mujer?

R٠

• ¿Cuánto dinero se le descontó a cada una de las bufandas?

R: ___

Representar cantidades usando lenguaje algebraico.

¿Cómo representar con lenguaje algebraico?

Para transformar un enunciado del **lenguaje natural** al **lenguaje algebraico** debemos prestar atención a las palabras que indiquen operaciones matemáticas y relaciones entre cantidades. Acciones como aumentar, agregar o incrementar indican la operación de adición. Palabras como disminuir, eliminar o suprimir indican la operación de sustracción. El doble, el triple, un múltiplo, entre otras, indican multiplicación; mientras que mitad, tercio, alguna parte se refieren a la división.

- El lenguaje algebraico se utiliza para expresar simbólicamente cantidades mediante variables, es decir, letras que pueden tomar distintos valores, utilizando expresiones algebraicas. Los signos + y separan la expresión algebraica en términos algebraicos. A su vez, cada término algebraico consta de un coeficiente numérico y un factor literal natural.
- Si el coeficiente numérico es 1, este no se anota.
- Al remplazar las variables por números, es decir, evaluarlas, podemos conocer su valor en casos determinados.

Practiquemos lo aprendido

Pr	áctio	ca guiada		
1.		presenta en lenguaje algebraico los siguientes unciados.	g.	La tercera parte de la diferencia entre un número y su sucesor.
	U	n número aumentado en cincuenta unidades: x + 50		R:
	a.	Un número disminuido en cuatro unidades.	h.	La diferencia entre la quinta parte de un número y su décima parte.
		R:		R:
	b.	La cuarta parte de un número disminuida en cinco unidades.	i.	El doble de un número es cuatro.
		R:		R:
	c.	El triple de un número, aumentado en nueve unidades.	j.	Un número aumentado en tres es igual a seis.
		2	le	
		R:	K.	Un número más su sucesor es mayor que cincuenta.
	d.	La mitad de un número aumentada en tres unidades.		R:
		R:	l.	La mitad de un número más tres no excede al
	e.	La diferencia entre un número y su doble.		número disminuido en 7.
		R;		R:
	f.	El triple de un número disminuido en el doble del mismo número.	m.	Si un número se aumenta en su mitad y se disminuye en su tercera parte, el resultado es menor que el número original.
		R:		R:

2. Evalúa las expresiones algebraicas en los valores dados.

$$a = 12 \text{ y } b = 6 \rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{12+6}{12-6} = \frac{18}{6} = 3$$

a.
$$c = 9 y d = 3$$

$$\rightarrow \frac{(c+d) \cdot (c-d)}{c^2 + 2 \cdot c \cdot d + d}$$

R:_

b.
$$i = \frac{2}{7}$$
; $j = \frac{6}{14}$ y $k = \frac{4}{28}$ \rightarrow

$$\frac{i+j-k}{i+j+k}$$

R:_

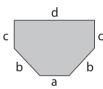
c.
$$m = \frac{89}{25}$$
 y n = 3,56 \rightarrow

$$\rightarrow \frac{m+r}{n:m}$$

R:_

Aplica

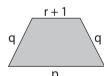
- 3. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. ¿Cuál es la expresión que representa el perímetro de la figura?



b. Dentro de una caja hay lápices, reglas y cuadernos. Si hay m lápices, x reglas y en total hay f elementos en la caja, ¿cuántos cuadernos hay?

R:_

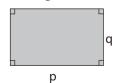
c. ¿Cuál es la expresión que representa el perímetro de la figura?



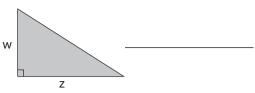
d. El lado de un cuadrado mide (m + 3n) metros. ¿Cuál es su perímetro?

R٠

e. ¿Cuál es la expresión que representa el perímetro de la figura?



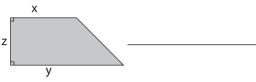
f. ¿Cuál es la expresión que representa el área de la figura?



g. En un grupo de h personas, m son mujeres. ¿Cuál es la razón entre el número de hombres y el número de personas?

R:

h. ¿Cuál es la expresión que representa el área de la figura?



i. El largo de un patio rectangular mide 4 metros más que su ancho. Si se quiere cercar con un alambre, ¿qué expresión representa el largo del alambre?

R٠

j. Un recipiente tiene cierta cantidad de agua. Se extrae medio litro y luego se repone un cuarto de litro. ¿Qué expresión representa la cantidad de agua que quedó en el recipiente?

R:_

k. Marcelo ahorra un cuarto de lo que recibe de sueldo y gasta \$ 135 000 en transporte y comida. ¿Qué expresión representa la cantidad de dinero que le queda?

R:.

I. La expresión $A = \frac{d^2}{2}$ permite calcular el área de un cuadrado conocida la longitud de su diagonal. Si la diagonal de un cuadrado mide 5 cm, ¿cuál es su área?

R:

m. La expresión $v = \frac{d}{t}$ permite calcular la rapidez que lleva un móvil al recorrer una distancia d en un tiempo t. Si un móvil lleva recorridos 10 km en 1 hora, ¿cuál es su rapidez?

R:

Reducir términos semejantes en expresiones algebraicas.

¿Cómo reducir términos semejantes?

Los **términos semejantes** son aquellos que tienen el mismo factor literal. Reducir términos semejantes consiste en sumar o restar los coeficientes numéricos, conservando el factor literal que tienen en común. Para ello, puedes seguir los siguientes pasos:

- 1. Identifica aquellos términos que sean semejantes.
- 2. Agrúpalos según su factor literal y resuelve las operaciones correspondientes.

Por ejemplo:
$$5q + 7z + 3q - 3z = (5q + 3q) + (7z - 3z)$$

= $(5 + 3)q + (7 - 3)z$
= $8p + 4z$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Analiza si las parejas de términos son semejantes. Marca con una X según corresponda.

			Sí	No
	XW	2wx	_X_	
a.	k²q	kq ²		
b.	3am	3an		
C.	5wr ²	4r ² w		
d.	-b	Ь		
e.	$4x^3y^2z$	4zy ² x ³		
f.	6pq⁴	6qp ⁴		
g.	-3uvw	vwu	_	

2. Escribe tres términos semejantes para cada término dado.

	5x²y	\rightarrow	x^2y ; $-3x^2y$; 0,1 x^2y
a.	-6abc	\rightarrow	
b.	8p5q	\longrightarrow	
c.	$5w^2$	\rightarrow	
d.	45	\rightarrow	
e.	k	\rightarrow	

3. Reduce los términos semejantes.

$$4xy + 4x + 12xy - 3x$$

 $16xy + x$

a.
$$x + 4 + 2x - x - 5 - 8x$$

_

b.
$$5m - 12m + 11nm - 5mn$$

R:

c.
$$pq - 3p + 7q + 12p - 15q$$

R:

٥,

e.
$$m^5n^5 + 1000n^5m^5$$

f.
$$6pq - 2p + 11q + 4p - 7q$$

R: _____

g.
$$49u + 49 - 9u - 9$$

R:_____

h. $1000\text{m}^5\text{n}^5 + 1000\text{n}^5\text{m}^5$

R.

i.
$$5xy^2 - 3y^2x - xy - 4xy^2 + 2x^2y + 3xy$$

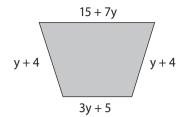
R∙

j.
$$2ab + a - (-4b + 7a + 2ab) + by$$

R:_____

Aplica

- 4. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. ¿Cuál es el perímetro de la figura?

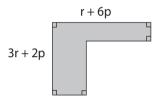


R:.

b. ¿Cuál es el perímetro de un triángulo si sus lados miden k + 2; k + 6 y 4k –1?

R: ___

c. ¿Cuál es el perímetro de la figura?

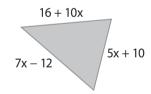


R٠

d. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo si sus lados miden 4j + 12 y 3j + 9?

R:_

e. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



R:

f. ¿Qué expresión permite calcular el área total de un prisma recto de base rectangular, de lados a, b y c?

R: ____

g. Camilo redujo la expresión y obtuvo lo que aparece a continuación. ¿Qué error cometió?

$$-[-2ab + 5b + (3b - 7ab)]$$

$$= 2ab - 5b - 3b - 7ab$$

$$= -5ab - 8b$$

R:_

h. Marcela sumó términos semejantes en la siguiente expresión 2xy + 5yx – 3xy +7yx y obtuvo –xy + 12yx. ¿Está correcta su resolución? Si no es así, ¿cuál es la respuesta correcta?

R:

i. Carlos dice que la expresión 1,5p² q + 2,5p² q – pq no se puede reducir, en cambio Lorena dice que sí obteniendo la expresión reducida 3p²q. ¿Quién tiene la razón?

R:

j. ¿Cuál es la suma de tres números enteros consecutivos si el mayor de ellos es x + 10?

R:

k. ¿Qué expresión se debe sumar a 6x – y para obtener 9x – 10y?

R:

I. ¿Qué expresión permite calcular el precio de un pantalón con un 10% de descuento, si el precio sin el descuento es \$ p?

R:

m. ¿Qué expresión permite calcular el precio de venta de un producto si se quiere recibir una ganancia del 30 % y el valor de costo del producto es \$ c?

R:

n. Una madre tiene 29 años más que su hija. ¿Cuál es la expresión que representa la suma de sus edades?

R

ñ. En un curso hay 10 hombres menos que la cantidad de mujeres. ¿Qué expresión representa el total del curso?

R

o. Carlos tiene cierta cantidad de dinero y gasta $\frac{3}{4}$ de lo que tenía. ¿Qué expresión representa el dinero que le queda?

R:

p. El largo de un terreno mide 6 metros más que su ancho. ¿Qué expresión permite calcular el perímetro del terreno?

R:

Resolver ecuaciones utilizando métodos gráficos y algebraicos.

¿Cómo resolver ecuaciones?

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones en las que intervienen una o más incógnitas.

Resolver una ecuación consiste en transformarla, usando las propiedades de la igualdad, en otra equivalente pero más simple, con el fin de encontrar los valores de las incógnitas que hacen que la igualdad sea verdadera.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Representa las siguientes ecuaciones colocando sus términos en cada plato de las balanzas. Escribe el valor de la incógnita.

5b	+	12	=	4/



$$b = 7$$

a.
$$3x + 4 = 19$$



b.
$$16 = 5x + 6$$



c.
$$7 + 2x = 27$$





d.
$$2 + p = 7$$



e.
$$1+2+3=m+1$$

2. Verifica si el valor dado es solución de la ecuación. Para ello, marca con una X, según corresponda.

	Valor	Ecuación	Sí	No
	y = 5	y + 3 = 8	_X_	_
a.	t = 6	5 • t = 40	_	
b.	x = 19	13 = x - 6		
c.	z = 25	100 : z = 4	_	_
d.	x = 34	52 + 6 = x + 28		
e.	a = 21	$a \cdot 3 = 65 - 2 - 3$		
f.	p = 8	6:2=p:3		
g.	q = 14	$77 - 21 = q \cdot 4$		
h.	c = 77	100 − c = 3 • 11		

3. Identifica la operación que debes realizar en ambos miembros de cada ecuación para despejar la incógnita.

† +	25	_	254

Restar 25

a.
$$x + 10 = 22$$

c.
$$m - 87 = 87$$

d.
$$10x = 0$$

e.
$$0 = -45 + x$$

f.
$$10d + 2d = 15$$

4. Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones.

$$x - 8 = 25$$

$$x = 33$$

a.
$$x + 12 = 345$$



d.
$$34 + 89 = 76 + d$$



b.
$$64 = b:8$$



e.
$$10 u = 1001$$



c.
$$36 = t \cdot 4$$



f.
$$44 \cdot 4 = 2 \text{ r}$$

a. A la cantidad de dinero que tiene Fernando en el bolsillo se le sustraen \$8500, quedando \$12300. Si x es la cantidad de dinero que tiene Fernando $y \times - 8500 = 12300$ es la ecuación que resuelve la situación, ¿cuánto dinero tenía Fernando en el bolsillo?

b. Al triple de un número se le agregan cuatro unidades y se obtiene 25, menos el doble del número. Si z es el número y la ecuación 3z + 4 = 25 - 2zresuelve la situación, ¿cuál es el número?

c. La suma de las edades de dos hermanos es 35 y uno tiene tres años menos que el otro. Si h es la edad del hermano mayor y la ecuación que resuelve la situación es h + h - 3 = 35, ¿cuántos años tiene el mayor?

R: _____

d. Un rectángulo tiene perímetro 10 m y uno de sus lados mide un metro más que el otro. Si x es la medida del lado menor y la ecuación que resuelve la situación 2x + 2x + 2 = 10, ¿cuál es la longitud del lado menor? ¡Y la del lado mayor?

e. Los lados de un triángulo miden tres números consecutivos y su perímetro es 33 cm. Si x es la medida del lado de menor longitud y la ecuación que resuelve la situación es x + x + 1 + x + 2 = 33, ¿cuál es la medida de los tres lados del triángulo?

f. Un cuadrado tiene perímetro 4x cm. Si al cuadrado se le duplica la medida de sus lados, el perímetro es 32 cm. La ecuación que resuelve la situación anterior es 8x = 32, ¿cuál es la medida del lado del cuadrado original?

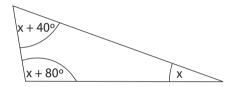
q. El valor de un libro sumado con el triple del valor del mismo libro equivale a \$ 10500. Si x corresponde al precio del libro y la ecuación que resuelve la situación es x + 3x = 10500, ¿cuál es el precio del libro?

R: ___

h. El largo de un rectángulo mide 5 cm más que su ancho y su perímetro es 22 cm. Si la medida del ancho es x y la ecuación que resuelve la situación es 2x + 2x + 10 = 22, ¿cuáles son las medidas del rectángulo?

i. El área de un triángulo rectángulo es 7,5 cm² y la medida de uno de los catetos es 5 cm. Si a es la medida del otro cateto y la ecuación que resuelve la situación es $\frac{5a}{2}$ = 7,5, ¿cuál es la medida del otro cateto?

j. La ecuación que permite calcular la medida de los ángulos del triángulo que aparece a continuación es x + 40 + x + 80 + x = 180.



¿Cuál es la medida de los ángulos del triángulo?

k. Pedro es 5 años mayor que su hermano y la suma de las edades es 19. Si x es la edad del hermano de Pedro, entonces la ecuación que resuelve la situación es x + x + 5 = 19, ¿cuál es la edad de Pedro y la de su hermano?

I. Camila realizó un tercio de los problemas de la guía de matemática y le quedan por hacer 20 problemas. Si x corresponde a la cantidad total de problemas que tenía la guía, entonces la ecuación que resuelve la situación es $x - \frac{1}{2}x = 20$, ¿cuántos problemas tenía la guía?

m. Un triángulo equilátero tiene perímetro 3x cm. Si al triángulo se le duplica la medida de sus lados el perímetro es 18 cm. La ecuación que resuelve la situación anterior es 6x = 18, ¿cuál es la medida de los lados del triángulo original?

Resolver inecuaciones y representar sus soluciones.

¿Cómo resolver inecuaciones?

Una desigualdad de expresiones es representada por los signos:

<: menor que ≤: menor o igual que

>: mayor que ≥: mayor o igual que

Una inecuación es una desigualdad que contiene una o más incógnitas.

Resolverla consiste en encontrar el conjunto de valores de la incógnita que valida la desigualdad. El conjunto encontrado es denominado conjunto solución de la inecuación.

Para resolver algebraicamente inecuaciones de la forma:

$$ax \le b y ax \ge b$$

$$x/a \le b$$
 y $x/a \ge b$

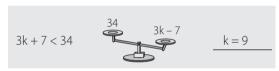
$$(a, b \in Z y a > 0)$$

Aplica a ambos lados de la desigualdad la misma operación que te permita despejar la incógnita.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Resuelve las siguientes inecuaciones colocando sus términos en cada plato de las balanzas. Luego, escribe la solución.









c.
$$16 < 5x + 6$$





2. Verifica si el valor dado es solución de la inecuación. Para ello, marca con una X, según corresponda.

	Valor	Ecuación	Sí	No
	y = 1	4y > 28	_	_X_
a.	x = 0	5x + 5 + 4x > 5		
b.	z = 0.2	0.2z - 0.3 > -0.01		
c.	a = 23	a:4>35-5	_	
d.	p = 9	6:2 <p:3< td=""><td></td><td></td></p:3<>		
e.	q = 17	89 – 56 > q : 3		

3. Identifica la operación que debes realizar en ambos miembros de cada inecuación para despejar la incógnita.

x + 18 < 625	\rightarrow	Restar 18

a.
$$y - 10 < 34$$
 \longrightarrow ______
b. $6a > 78$ \longrightarrow ______

d.
$$890z < \frac{15}{16} \rightarrow$$

e.
$$0.3 < 0.2 + q \longrightarrow$$

f.
$$0 > -6 - s$$
 \longrightarrow

h.
$$-10d - 4d > 7$$
 \longrightarrow

4. Resuelve cada una de las siguientes inecuaciones.

$$x - 14 > 32 \longrightarrow x > 46$$

a.
$$x + 15 > 72$$



	c.	77 > t:7	e.	. 8	3 u < 1 (040	
				()
	d.	3 + 65 > 43 + d	f.	1	1:4<	4 r	
Ar	olica						
			1.1				
5.		suelve los siguiente Carolina resolvió la) y obtu	VO
		como solución el o	,				
		ros menores que 1 de Carolina? Si no					
		correcto?	25 45.7 224		30		
		R:					
	b.	María resolvió la ir	necuación	-2	m < 40	obteni	en-
		do la desigualdad	$m < \frac{40}{2}$. $\frac{1}{2}$	Cu	ál fue e	l error q	ue
		cometió María?	-2				
		R:					
	c.	Andrés resolvió la					
		como solución el que 5. ¿Es correcto					
		sería el resultado o					-
		R:					
	d.	Jaime realizó la sig	juiente res	ol	ución d	e una	
		inecuación:					
		3y + 2 > -5y + 6 3y - 5y > 6 + 2					
		-2y > 8					
		y < -4					
		¿Está correcta su	resolució	n?	¿Por qı	ué?	
		R:					
	e.	Jaime resolvió la ir	necuación	0.5	5x + 4.2	x + 4 <	9,8 v
		obtuvo x < 27,26.	Es correc	to	su resul	ltado? S	
		es así, ¿cuál sería e	el resultado	ЭС	orrecto	?	
		R:					
	f.	Esteban dice que p basta con dividir 2					
		más, el sentido de					
		está en lo correcto	? ¿Por que	é?			

	Seccion 4 3
g.	Isidora dice que para resolver la inecuación -4x > 36 se debe dividir 36 en -4 y cambiar el sen- tido de la desigualdad. Alberto dice que se debe dividir en 4 y cambiar el sentido de la desigualdad. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?
	R:
h.	Andrea dice que el conjunto solución de la inecuación 3x < -15 son todos los valores menores que -5, en cambio, Julio dice que son todos los valores mayores que 5. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?
	R:
i.	Felipe dice que en el conjunto solución de la inecuación x + 7 > 21 se debe incluir el 14. ¿Está en lo correcto? ¿Por qué?
	R:
j.	Almendra dice que para resolver la inecuación $\frac{x}{-2} > 9$ se debe multiplicar por -2 y cambiar el sentido de la desigualdad. Osvaldo dice que se debe multiplicar por 2 y cambiar el sentido de la desigualdad. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?
	R:
k.	Durante esta semana Esteban estudió dos horas Historia, tres horas Física y el resto del tiempo lo dedicó a estudiar Matemática, utilizando en total menos de 10 horas. Si x representa el tiempo dedicado a estudiar Matemática, la inecuación que resuelve el problema es x + 2 + 3 < 10, ¿cuántas horas estudió Matemática?
	R:
l.	Se sabe que lo máximo que puede ganar una persona que trabaja diariamente en una empresa, 8 horas diarias es $$50000$. Si x es el monto que gana una persona por hora en esta empresa, la inecuación que permite calcular el valor hora de esta persona es $8x \le 50000$. ¿Cuánto dinero puede ganar una persona por hora?
	R:
m.	Una asignatura tiene tres pruebas. Las notas de un alumno en las dos primeras de ellas fueron 3,2 y 4,1. ¿Qué notas puede sacarse el alumno en la tercera prueba para asegurarse de aprobar el curso? La inecuación que resuelve el problema anterior es $x + 3,2 + 4,1 \ge 12$. ¿Cuál es la solución?

1.

Plantear y resolver problemas que se modelan con ecuaciones e inecuaciones.

¿Cómo resolver problemas con ecuaciones e inecuaciones?

Para resolver problemas que involucran ecuaciones o inecuaciones, podemos aplicar los siguientes pasos:

- 1. Asignar la variable e identificar los datos.
- 2. Plantear la ecuación o inecuación y resolver.
- 3. Comprobar el valor encontrado, evaluando la ecuación o inecuación.
- 4. Responder el problema, contextualizando la solución encontrada. Para esto, se debe verificar si la solución obtenida es pertinente, es decir, si es coherente con el contexto del problema: en ocasiones solo se admiten números enteros o naturales, etcétera.

actiquemos io aprendido	
ica	
Resuelve los siguientes problemas planteando la ecuación y resolviéndola.	i. Las edades de Luis y Cristián suman 114. Si Luis tiene 55 años, ¿cuál es el doble de la edad de
a. Las edades de Luis y Pedro suman 41. Pedro es un año mayor que Luis. ¿Qué edad tiene Luis?	Cristián? R:
R:	j. Un computador cuesta \$ 359 990. Se abona la
b. Un cuadrado tiene perímetro de 144 cm. ¿Cuál es la longitud de su lado?	quinta parte y lo demás se pagará el próximo mes. ¿Cuál es el monto que se pagará el próximo mes?
R:	R:
c. Si de una sala de clases sale la mitad de los alum- nos y dos alumnos más, entonces quedarían 17. ¿Cuántos alumnos hay en ese curso?	k. Divide 127 en tres partes, tales que la segunda sea el triple de la primera y sea 20 unidades mayor que la tercera.
R:	R:
d. La suma de un número con su antecesor y su sucesor es 153. ¿Cuál es el número?	I. Se ha pagado la cuarta parte de un crédito, lo que equivale a \$ 30 000. ¿Cuál es el monto de dinero que falta por pagar?
R:	R:
e. El perímetro de un cuadrado es 1048. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?	m. Un servicio de internet cobra \$ 1000 por la primera hora y \$ 250 por cada media hora adicional. A Francisca le llegó una cuenta de \$ 3500. ¿Durante
R:	cuántas horas utilizó internet?
f. La tercera parte de un número es el doble de 33. ¿Cuál es el número?	R:
R:	n. La suma de las edades de dos hermanos es 33 y
	uno tiene tres años menos que el otro, ¿cuántos años tiene el mayor?
g. El 70 % de mi nota final es 4,2. ¿Cuál será la nota final?	R:
R:	ñ. Un rectángulo tiene perímetro 22 cm y uno de
h. El 30 % del precio es \$ 1500. ¿Cuál es el precio?	sus lados mide un cm más que el otro, ¿Cuál es la longitud del lado menor? ¿Y la del lado mayor?
R:	D.

	0.	Los lados de un triángulo miden tres números consecutivos y su perímetro es 18 cm, ¿cuál es la medida de los tres lados del triángulo?	e.	El perimetro de un triángulo equilátero es menor que 144 cm. ¿Cuál es la longitud máxima de cada uno de sus lados?
		R:		R:
	p.	Martin quiere comprar una patineta. Tiene \$ 5700, que son \$ 3800 menos de lo que necesita. ¿Cuánto cuesta la patineta?	f.	Si el área de un rectángulo es mayor que 100 m² y uno de sus lados tiene 20 m de longitud, ¿cuál es la longitud mínima del otro lado?
		R:		R:
	q.	El piso del dormitorio de Alex tiene 6 metros de largo y una superficie de 12 m². ¿Cuál es la medida del ancho del piso del dormitorio de Alex?	g.	Aporté más en la colecta que Renata y Francisca juntas. Renata aportó \$ 2500 y Francisca aportó el doble que Renata. ¿Cuánto fue lo que aporté como mínimo?
		R:		
	r.	En un campeonato de fútbol se hicieron 12 goles en total. Si el equipo de Marcos hizo el triple de los goles que hicieron el resto de los equipos, ¿cuán- tos goles hizo el equipo de Marcos?	h.	R:Si la suma de un número con su antecesor es mayor que 99, ¿cuál puede ser el número?
		R:		R:
	S.	Los lados de un triángulo miden tres números consecutivos y su perímetro es 18 cm, ¿cuál es la medida de los tres lados del triángulo?	i.	El área de un rectángulo debe ser menor que 150 cm². Si su ancho mide 10 cm, ¿cuánto puede medir su largo?
		R:		R:
	t.	Ana depositó en su cuenta \$ 50 000 y su nuevo saldo fue \$ 24 000. ¿Cuál era el saldo de Ana antes	j.	El perímetro de un triángulo equilátero debe ser mayor que 24 cm. ¿Cuál puede ser la medida de cada lado?
		del depósito?		R:
	u.	R:El fin de semana Carla leyó el triple de páginas que leyó de lunes a viernes. Si el libro en total tiene 240 páginas, ¿cuántas páginas leyó el fin de semana?	k.	Jaime va a construir un triángulo a partir de la medida de sus lados. Él sabe que la suma de las medidas de los dos lados menores debe ser mayo a la medida del tercer lado. Si uno de los lados menores mide 7 cm y el mayor mide 16 cm, ¿cuánto puede medir el otro lado?
_	_	R:		R:
2.	co	los siguientes problemas plantea la inecuación rrespondiente y resuélvela. Si la suma de un número con su sucesor es mayor que 300, ¿cuál puede ser el número? R:	l.	Lorena está preparando alfajores para vender. Estos tienen un costo de \$ 150 y ella desea ganar po lo menos un 30% sobre el valor de costo. ¿Cuánto puede cobrar Lorena por los alfajores?
	b.	El perímetro de un rectángulo no puede ser mayor		R:
		que 600 m. Sus lados están en razón 1 : 2. ¿Cuál puede ser la longitud de su lado menor?	m.	El perímetro de un cuadrado debe ser menor a 34 cm. ¿Cuál puede ser la medida su lado?
		R:		R:
	C.	La mitad de un número es mayor que el doble de 15. ¿Cuál puede ser el número?	n.	Alberto está cercando su huerto con un alambre. El huerto tiene forma cuadrada de 5 m de ancho. Si desea cercarlo dando por lo menos 10 vueltas
	d.	R: Gasto más del 20 % de mi mesada en fotocopias y el gasto es de \$ 2000. ¿Cuánto es mi mesada?		con el alambre, ¿cuántos metros de alambre debe ría comprar?
		er gasto es de 9 2000. ¿Cadinto es miniciada:		R∙

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 15

El lenguaje algebraico se utiliza para expresar simbólicamente cantidades mediante variables, es decir, letras que pueden tomar distintos valores. utilizando expresiones algebraicas. Los signos + y – separan la expresión algebraica en términos algebraicos. A su vez, cada término algebraico consta de un coeficiente numérico y

un factor literal.

- Representa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados.
 - a. Un número sumado con setenta.
 - b. El producto entre cuatro y un número.
 - c. A la edad de Magdalena se le resta 31.
 - d. El triple del dinero que tiene Ana.
 - e. La mitad de la suma de dos números.

Lección 16

Reducir términos semejantes consiste en sumar o restar los coeficientes numéricos, conservando el factor literal que tienen en común. Para ello, puedes seguir los siguientes pasos:

- 1. Identifica aquellos términos que sean semejantes.
- 2. Agrúpalos según su factor literal y resuelve las operaciones correspondientes.

Reduce los términos semejantes de las siguientes expresiones.

a.
$$7xy^2 - 5y^2x - 11xy - 10xy^2 + 20x^2y + 10xy$$

b.
$$xy + 2x - (-3y + 2x - 3xy) + 5y$$

c.
$$3p - \{5m - (4p + 3m) - 7p\}$$

d.
$$2x - 5 + 3x - 7x - 10 - 2x$$

e.
$$6m - 2m + 34nm - 23mn$$

Para resolver ecuaciones generales, se reducen términos semejantes y se despeja la incógnita. Ejemplo:

$$\frac{3x + 5}{2} = x + 4 \text{ Multiplicar por 2}$$

$$3x + 5 = -2x + 8 \text{ Sumar 2x}$$

$$5x + 5 = 8$$
 Restar 5

$$5x = 3$$
 Dividir por 5
 $x = \frac{3}{5}$

Lección 17

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a.
$$13 + 5k = \frac{k}{4}$$

b.
$$7x - (8x - 4) = 56$$
 $x =$

c.
$$3p + \frac{2}{5}p - 7 = 10$$
 $p =$

Lección 18

Al multiplicar o dividir por un número negativo en ambos miembros de una inecuación, la desigualdad cambia de sentido.

$$-4x > 32$$
 /:-4

$$x < 32 : (-4)$$

58

Resuelve las siguientes inecuaciones.

a.
$$-71 + 13k > \frac{k}{6} - 31$$
 $k =$
b. $6x - (10x - 11) < 108$ $x =$

b.
$$6x - (10x - 11) < 108$$

c.
$$-8p + \frac{3}{7}p + 3 > 12$$
 $p =$

R:_

Des	safío de integración		
I. Re	suelve los siguientes problemas.	k.	La suma de las edades de tres hermanos es infe-
a	Dos números consecutivos suman 65. ¿Cuál es el producto entre ellos?		rior a 85. Begoña tiene el doble de años que Olga y Carlos tiene 15 años más que Begoña. ¿Cuántos años como máximo y como mínimo tiene cada
	R:		uno?
b	La edad de Julián es el doble de la de Pedro, y la de Pedro el doble de la de Matías. Si la suma de		R:
	sus edades es 56, ¿cuál es la edad de Pedro?	I.	El triple de un número disminuido en diez uni-
	R:		dades es mayor que el doble del mismo número aumentado en cuatro. ¿Cuál es el menor número
C			entero que verifica dicha condición?
	mismo precio. Si se pagó con un billete de \$ 20000 y se recibió como vuelto \$ 9990, ¿cuánto cuesta		R:
	cada paquete de galletas?	m.	Roberto compró un cuaderno, un bolígrafo que vale la cuarta parte del precio del cuaderno y una
	R:		escuadra que vale \$850. Si llevaba \$8000 y gastó
d	. Al aumentar en 5 cm los tres quintos de una longitud, se obtienen 20 cm. ¿Cuál es la longitud?		menos de dos terceras partes. ¿Qué podrías decir del precio del cuaderno?
	R:		R:
e	Un atleta entrena trotando cinco cuartas partes de lo trotado la semana anterior. Dicho entrena- miento lo realizó durante 3 semanas. Si en total trotó 183 km, ¿cuánto trotó la primera semana?	n.	En una tienda se mezcla café del norte, de \$ 2880 por kilogramo, con café del sur, de \$ 3440 por kg. Si se pretende conseguir 60 kg de mezcla de café de calidad intermedia que no supere los \$ 3200 por
	R:		kilogramo, ¿qué condiciones tienen que cumplir los pesos de las dos clases de café que se mezcla?
f.	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		R:
	go mide 2 m más que el ancho. ¿Cuál es el área del rectángulo?	ñ.	Un camión tiene una masa de 1075 kg. La diferencia entre la masa del camión y la masa de la carga
	R:		que transporta no puede ser menor que 400 kg.
g	La producción de un evento tiene un costo de \$1250000. Si cada entrada se vende a \$3000, ¿cuántas entradas hay que vender para obtener		Si la carga consiste en 25 cajas iguales, ¿cuánto es la masa máxima que puede tener cada una de las cajas?
	una ganancia de \$ 850 000?		R:
	R:	0.	Compré un vestido con un 20% de descuento y
h	. ¿Qué número aumentado en 0,6 es equivalente a su triple disminuido en 2?		pagué \$9800, ¿cuánto costaba el vestido sin el descuento?
	R:		R:
i.	Eduardo guarda sus ahorros en tres alcancías. En la primera tiene \$ 8250 y en la segunda \$ 6450. Si en total tiene \$ 23 500, ¿cuánto dinero hay en la tercera alcancía?	p.	Un ascensor resiste como máximo 300 kg. Se suben dos personas que tienen una masa corporal de 60 kg cada una. Luego se sube un caballero cuya masa corporal es de 100 kg, y luego están por subir dos personas cuyas masas corporales
	R:		están en la razón 1 : 2. ¿Cuál es la masa que de- berían tener las personas que se están por subir
j.	La base de un triángulo isósceles mide 15 cm. Determina la medida mínima de uno de los otros dos lados si el perímetro tiene que ser mayor que		para que no se encienda la alarma de sobrepeso del ascensor?
	45 cm.		R:

Resolución de problemas

Estrategia: Usar un patrón

Para encontrar una regla de formación en un problema, puedes relacionar un término con la posición que este está ocupando. De esta forma obtienes el término general o patrón, que da origen a cada término de la secuencia. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

1
۳,

Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. El papá de Álvaro tiene un negocio de leche de vaca. El primer día vende 1 litro de leche, el segundo día vende cuatro litros, el tercer día vende 7 litros y así sucesivamente. ¿Cuántos litros venderá el cuarto día si se mantiene el patrón? Si se desea obtener una expresión que permita calcular cuántos litros de leche venderá un día cualquiera suponiendo que el patrón permanece, ¿cuál sería?

1°	2°	3°	4°
1	4	7	Х

Е	כ	٠	

- b. En una obra de teatro escolar, se ubican las sillas siguiendo un determinado patrón. La segunda fila tiene 6 sillas, la tercera 7 y la cuarta fila, 8 sillas.
 - ¿Cuántas sillas hay en la primera fila si se sigue el mismo patrón de formación?

ŀ	

• ¿Cuántas hay en la séptima fila?

• ¿Cuántas sillas habrá en la enésima fila?

C-----

c. Observa la tabla:

R: ___

1° 7 2° 3° 21 4° 28 5° 35

• Si el patrón de la tabla se mantiene, ¿cuál es el valor del 6° término de la secuencia?

D.		
Λ		

d. Francisca hace las siguientes figuras con fósforos:



• ¿Cuántos palos de fósforos utilizará en la cuarta figura si se mantiene el patrón?

• ¿Cuántos palos de fósforos utilizará en la séptima figura si se mantiene el patrón?

R:____

• ¿Cuántos palos de fósforos utilizará en la figura número n si se mantiene el patrón?

R:_____

- e. Los alumnos del 7.º A deben pagar la cuota para ir de paseo de curso. El primer día paga solo la mitad de los niños, al segundo día ya han pagado $\frac{2}{3}$, al tercer día ya han pagado $\frac{3}{4}$ y al cuarto día han pagado $\frac{4}{5}$ de los niños.
 - Si se mantiene el patrón, ¿cuántos niños (en relación al total) habrán pagado el sexto día?

R.		
11.		

• ¿Cuántos alumnos habrán pagado el día n?

R:

f. Rocío junta diariamente diferentes hojas para realizar su repositorio de Ciencias. Si mantiene el patrón de la cantidad de hojas, ¿cuántas juntará en n días?



R·

Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a. Fernando comienza a correr diariamente para cuidar su cuerpo. El primer día corre 11 cuadras, el segundo día corre 14 cuadras y el tercer día corre 17 cuadras ¿Cuántas cuadras correrá el cuarto día?

R:

b. Sofía está realizando una actividad de buceo y debe realizar la siguiente serie pero olvidó la última fase:

−4 m, −8 m, −16 m

• ¿Cuántos metros debe bucear Sofía en la última fase?

R:

c. ¿Cuántos fósforos se necesitan para hacer 10 casas si se sigue el mismo patrón de formación?



d. Las baldosas de un jardín están organizadas de la siguiente forma:





• ¿Cuántas baldosas celestes podría tener la siguiente figura?

• ¿Cuántas baldosas tendría la enésima figura si se sigue el mismo patrón de formación?

Baldosas blancas	Baldosas celestes

e. Raúl lee un libro y organiza el número de páginas que leerá diariamente basado en un patrón:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
5	10	13	18	Х

• ¿Cuántas páginas podría leer el viernes si sique el patrón?

- Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.
- a. Patrón a utilizar: 9x + 2

Serie: 11, 20, 29, 38, 47.

Pregunta: _____

Respuesta:

b. Serie a utilizar: 2, 7, 12, 17, 22.

Patrón: 5x – 3

Pregunta: _____ Respuesta:

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

- 1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?
- 2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.
- 3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

Relacionar variables dependientes e independientes.

¿Cómo se relacionan dos variables?

Una variable **independiente** es aquella que no depende del valor de otra variable.

Una variable **dependiente** es aquella cuyo valor depende del valor de otra variable.

Las variables dependientes e independientes se relacionan entre sí permitiendo modelar fenómenos y plantear generalidades.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. En las siguientes situaciones identifica la variable dependiente e independiente.

El perímetro de un cuadrado y la medida del lado. Variable dependiente: El perímetro.

Variable independiente: La medida del lado.

a. Las ecografías muestran cómo va creciendo un embrión humano, según el mes de gestación en que se encuentra la madre.

Variable dependiente: _______

b. La población mundial crece año a año.

Variable dependiente: _____

Variable independiente: _______

c. Consumo de combustible de un vehículo y la

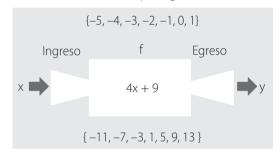
velocidad a la que circula.

d. Se registra la temperatura de un individuo cada media hora durante un día.

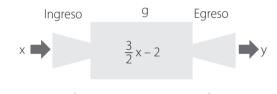
2. Identifica el tipo de relación que se establece entre las variables de las situaciones anteriores.

Situación	Relación entre las variables
El perímetro de	A mayor medida del lado
un cuadrado y la	del cuadrado, mayor es su
medida del lado.	perímetro.

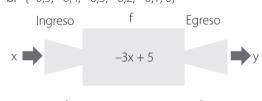
3. Encuentra los números que egresan de la máquina de acuerdo a los números que ingresan.



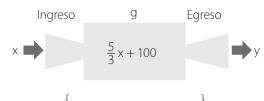
a. {-30, -20, -10, 0, 10, 20, 30}



b. $\{-0.5; -0.4; -0.3; -0.2; -0.1; 0\}$



c. {300, 600, 900, 1 200, 1 500}



X	y = 2x - 3	Х	y = 3 - x
-10		-0,3	33
-5		-0,5	
5		-1,3	
10	17	4	-1

a	п		m		
	Λ		I۲		_
	А	(U)	ш	u	0

a. En la tabla se muestra la relación que asigna a un número natural su sucesor. ¿Cuáles son los valores que faltan?

Χ	1			10		20	
У		6	8		12		25

b. En la tabla se muestra la relación que asigna a un número entero su inverso aditivo. ¿Cuáles son los valores que faltan?

X	-8			10			-20
У		4	6		-12	1	

c. En la tabla se muestra la relación que asigna a un número entero su doble. ¿Cuáles son los valores que faltan?

Х	-8			10			-20
У		4	6		12	-2	

d. En la tabla se muestra la relación que asigna a un número entero su mitad. ¿Cuáles son los valores que faltan?

X	-8			10			20
У		4	4,5		6	6,5	

e. Un parque de diversiones cobra \$ 1000 por ingresar más \$ 300 por cada vez que una persona se sube a un juego. ¿Cuáles son las variables que intervienen en el problema?

• Escribe una expresión que relacione las variables involucradas anteriormente.

D			

• ¿Cuánto gastará un niño que se sube a 8 juegos?

R:		

• ¿A cuántos juegos se subió una persona que gastó \$ 2200?

R:		

f. Un estacionamiento cobra \$ 1200 por cargo fijo más \$ 700 por cada hora. Además no se fracciona la hora, es decir, si el auto estuvo media hora se considera como 1 hora de uso. ¿Cuáles son las variables que intervienen en el problema?

R:	

• Escribe una expresión que relacione las variables involucradas en el problema anterior.

R٠			
K.			

• ¿Cuánto deberá pagar un cliente cuyo auto estuvo estacionado 3 horas y media?

R·			

• ¿Cuántas horas estuvo estacionado el auto de una persona si ella canceló \$4700?

D.		
Π,		

q. Un taxista cobra \$500 fijos más \$200 cada 500 metros recorridos. ¿Cuáles son las variables que intervienen en la situación?

R٠			

• Escribe una expresión general que relacione las variables anteriores.

• Si un cliente recorre 7 km, ¿cuánto deberá pagar al taxista?

• Si un cliente pagó \$3500, ¿cuántos metros recorrió?

R:

h. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona el área de un cuadrado con la medida de su lado a?

i. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona el perímetro de un cuadrado con la medida de su lado a?

R:		

i. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona el volumen de un cubo con la medida de su arista a?

R:		

k. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona perímetro de un pentágono regular con la medida de su lado a?

R:		

Modelar situaciones que involucran proporcionalidad directa.

Práctica guiada

¿Cómo modelar la proporcionalidad directa?

Dos variables (x e y) son **directamente proporcionales** o están en proporción directa si al aumentar (o disminuir) una en cierto factor, la otra aumenta (o disminuye) en el mismo factor.

Es decir, el cociente entre sus valores relacionados es **constante** y este valor es denominado constante de proporcionalidad. Lo anterior es posible representarlo por:

 $\frac{\dot{y}}{\dot{y}}$ = k, con k constante de proporcionalidad y x distinto de 0.

La expresión que modela la proporcionalidad directa de forma general es:

$$y = k \cdot x \operatorname{con} k > 0$$

Practiquemos lo aprendido

1.		entifica si en las siguientes situaciones las magnitus s son directamente proporcionales. Escribe Sí o No.
		El perímetro de un cuadrado y la longitud de uno de sus lados. <u>Sí</u>
	a.	El número de entradas vendidas para un partido de fútbol y la recaudación obtenida
	b.	La distancia que recorre un auto y el tiempo de viaje entre dos ciudades.
	C.	El costo de un kilogramo de pan y el costo total de cierta cantidad de kilogramos.
	d.	El número de hojas de un libro y su grosor.
	e.	La cantidad de maquinarias que realizan un traba- jo y el tiempo que demoran en realizarlo.
	f.	La altura de un cerro y la presión atmosférica a esa altura.
	g.	La población de bacterias y el tiempo transcurrido en su reproducción.
	h.	La capacidad de un disco duro y la cantidad de archivos que este puede contener.
	i.	La medida del lado de un cuadrado y su área.
	j.	El tiempo que demora un viaje y la velocidad del medio de transporte.
	k.	El radio de una circunferencia y su perímetro.
	l.	La medida del lado de un pentágono regular y su perímetro.

2. Analiza las siguientes tablas de valores y decide si las variables representadas están relacionadas en proporción directa o no. En caso afirmativo, calcula la constante de proporcionalidad.

Х	у
2	4
6	12
10	20

a.			
u.	Х	У	
	2	8	
	4	16	
	6	24	-

b.			
	Х	У	
	8	9	
	3	24	
	2	36	

		ſ
Х	У	
10	15	
2,5	3,75	
2	3	

X	V
1	0,5
3	1,5
5	2,5

m. La medida del ancho de un rectángulo y su área.

a. Marcos dice que la constante de proporcionalidad directa entre dos variables se determina multiplicando dos valores relacionados entre sí y Andrea dice que se obtiene dividiendo las variables. ¿Quién tiene la razón?

R:_____

b. En una relación de proporcionalidad directa, si el valor de una de las variables aumenta en 3 unidades, ¿qué sucede con el valor de la otra variable?

R:_____

c. Si la medida de cada lado de un cuadrado aumenta al doble, ¿qué sucede con su perímetro? ¿Estas variables son directamente proporcionales?

R:_____

d. Si x aumenta en 1 se sabe que y aumenta en 0,5. Entonces, si y aumenta en 1, ¿en cuánto aumenta x?

R: _____

e. Las variables M y N están relacionadas de manera directamente proporcional. Si M = 12 cuando N = 10, ¿cuál es el valor de M si N = 5?

R·

f. A y B están relacionados de manera directamente proporcional. Si A = 4 cuando B = 10, ¿cuál es el valor de A si B = 3?

R:____

g. Un alimento tiene un peso neto de 250 gramos y contiene en total 112 calorías. ¿Cuántas calorías consume una persona que ingiere 20 gramos de alimento?

R:____

h. Una máquina puede embalar 10 paquetes de fideos en una caja en 5 minutos. ¿Cuántos paquetes de fideos se pueden embalar en 35 minutos?

R:

i. Una imprenta produce una cantidad x de libros con un costo de \$ 3500 por unidad.

• ¿Cuáles son las variables involucradas en la situación? ¿Cómo se relacionan?

R:_____

• Determina la expresión que modela la situación y denomínala C.

R: _____

• ¿Cuál será el costo de imprimir 450 libros?

R:_____

• ¿Cuántos libros se pueden imprimir con 3 millones de pesos?

R: ____

• ¿Cuántos libros se pueden imprimir con 5 millones de pesos?

R: _____

j. Durante un día de invierno la cantidad de agua caída y la duración de la precipitación se relacionaron de forma directamente proporcional. Comenzó a llover a las 6:00 y se registraron 5 mm de agua caída por hora.

• Determina una expresión que relacione la cantidad de precipitaciones por hora P transcurrida.

R∙

• ¿Qué cantidad de agua había caído a las 13:00?

R: _____

• ¿A qué hora habían precipitado 35 mm?

R:

k. Daniela lleva un registro del crecimiento de una planta que le regalaron. En sus anotaciones aparece que la altura de la planta luego de la quinta semana es 4 cm y luego de la décima semana es 8 cm.

• Determina una expresión que relacione la altura H de la planta con el tiempo t, en semanas.

R:

• ¿Qué altura tenía la planta cuando se la regalaron a Daniela?

R·

• ¿Cuál es el tiempo que debe transcurrir para que la planta alcance los 10 cm?

R·

• ¿Qué altura tendrá la planta luego de 20 semanas?

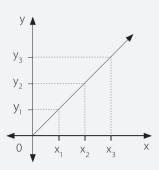
D.

Interpretar y graficar la relación de proporcionalidad directa.

¿Cómo representar la proporcionalidad directa?

Cuando dos variables (x e y) están en **proporción directa** su representación en el plano cartesiano es una **semirrecta** que parte en el **origen**.

Su inclinación respecto del eje X depende de la constante por la que se multiplica la variable dependiente: mientras mayor sea, mayor será el ángulo que la recta forma con dicho eje.



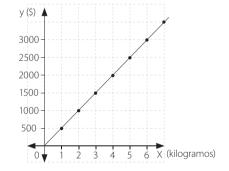
4

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

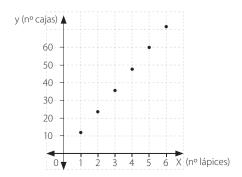
- 1. Para cada proporción directa, completa la tabla y grafícala en el plano.
 - a. Relación entre el precio de los kilogramos de papa y su peso.

x (kg)	1	2	3	4
y (\$)	500		\$1500	



b. Relación entre la cantidad de lápices que vienen en una caja, y la cantidad de cajas.

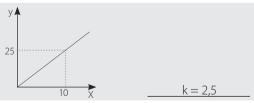
Χ	1	2	3	4
У			36	

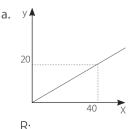


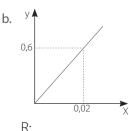
c. Relación entre un monto de dólares y su respectiva conversión a pesos.

У		1300		
y (pesos)	A		7	
2000	,			
3000 2500				
2000		/_		
1500		/		
1006)-			
500	-			
() 1 2	3 4	5 6 X (c	dólares)

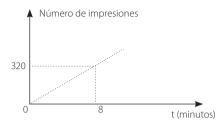
2. Analiza las siguientes tablas de valores y decide si las variables representadas están relacionadas en proporción directa o no. En caso afirmativo, calcula la constante de proporcionalidad.







a. El gráfico muestra el número de páginas que puede imprimir una impresora en relación al tiempo en que está en funcionamiento.



• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas? ¿Cómo se interpreta este valor?

• ¿Cuántas páginas se imprimen entre las 9:00 y las 9:307

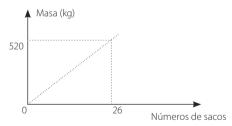
R:____

• ¿Cuánto demora la impresora en imprimir 200 páginas?

R:

• Si se necesitan 2000 impresiones para las 15:00 y la petición llegó a las 14:15, ¿es posible cumplir con lo pedido?

b. El gráfico muestra la cantidad de sacos que se embalan con 20 kilogramos de papas cada uno.



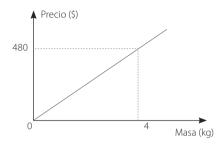
• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas?

• ¿Cuántos sacos se pueden embalar con 1040 kg de papas?

• ¿Cuánto kilogramos se embalaron si cargaron un camión con 40 sacos?

• Si hay para embalar 2530 kilogramos de papas, ¿cuántos sacos se obtendrán? ¿Sobrarán kilogramos de papas?

c. El gráfico muestra el precio en pesos que se pagará por la compra de cierta cantidad de kilogramos de naranja.

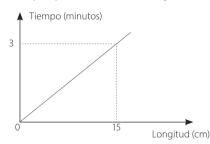


• ¿Qué expresión algebraica modela la relación representada en el gráfico?

• ¿Cuánto se pagará por 15 kilogramos de naranja?

• Si se pagó \$ 2760 por una compra de naranjas, ¿cuántos kilogramos se compró?

d. El gráfico muestra la distancia que recorre un caracol al deslizarse por el contorno de una piscina y el tiempo que demora en su trayecto.



• ¿Cuál es la expresión general asociada al gráfico?

• ¿Cuánto recorrerá el caracol en 15 minutos?

• ¿Cuánto se demorará en recorrer 90 cm?

Modelar situaciones que involucran proporcionalidad inversa.

¿Cómo modelar la proporcionalidad inversa?

Dos variables (x e y) **son inversamente proporcionales** o están en proporción inversa si al aumentar (o disminuir) una en cierto factor, la otra disminuye (o aumenta) en el inverso multiplicativo de dicho factor, en consecuencia, el **producto** entre sus valores relacionados es **constante**. Este valor es denominado constante de proporcionalidad. La expresión general que modela la proporcionalidad inversa es:

 $x \cdot y = k$, donde k es la constante de proporcionalidad y k > 0.

Practiquemos lo aprendido

Práctica	quiada

1.	Identifica si en las siguientes situaciones las magnitu-
	des son inversamente proporcionales. Escribe Sí o No

La cantidad de desagües de un depósito y el tiempo que se demora en vaciarlo. Sí

- a. La cantidad de pintura y la superficie que se desea pintar.
- b. La cantidad de maquinarias en una cadena de producción y el tiempo que demoran en elaborar un producto.
- c. La cantidad de comida que se debe comprar para una familia y la cantidad de integrantes de esta.
- d. La cantidad de alumnos que van a un campamento y el tiempo que se quedarán en este.....
- e. La velocidad a la que circula un automóvil y el tiempo que demora en llegar a destino.
- f. La cantidad de llaves que llenan un estanque y el tiempo que demoran en ello.
- g. La cantidad de pasteles que se pueden comprar y el dinero que se debe pagar.
- h. La estatura de una persona y el largo de la sombra que proyecta.
- i. La cantidad de kilómetros que recorre un automóvil a una velocidad constante y el tiempo que demora en ello.
- j. El valor de la cuota de un producto y el número de integrantes de una familia en que se repartirán la cuota.
- k. El ancho de un rectángulo y el largo del mismo para que conserve su área.

2. Analiza las siguientes tablas de valores y decide si las variables representadas están relacionadas en proporción directa o no. En caso afirmativo, calcula la constante de proporcionalidad.

Х	У	
2	6	No están en proporción directa o inversa.
4	8	
6	10	

١.			ı
	Х	у	
	8	4	
	12	8	
	16	12	

_			
	Χ	У	
	6	10	
	12	5	
	30	2	

C.		
С.	Х	у
	10	8
	15	12
	70	56

d.			
	Х	у	
	1	15	
	3	5	
	5	3	

a. Elena dice que la constante de proporcionalidad inversa entre dos variables se determina dividiendo dos valores relacionados entre ambas y Pablo piensa que corresponde al producto entre las variables. ¿Quién tiene la razón?

R:_

b. En una relación de proporcionalidad inversa, si el valor de una de las variables aumenta en 5 unidades, ¿qué sucede con el valor de la otra variable?

R:

c. Las variables X y W están relacionadas de manera inversamente proporcional. Si X = 15 cuando W = 8, ¿cuál es el valor de X si W = 3?

R٠

d. A y B están relacionadas de manera inversamente proporcional. Si A = 2 cuando B = 8, ¿cuál es el valor de A si B = 2?

R:

e. Dos variables A y B se encuentran en proporción inversa. Cuando A = 5, B = 8. ¿Cuál es el valor de B cuando el valor de A aumenta $\frac{3}{2}$ su valor?

R٠

f. Si el largo de un rectángulo se duplica, ¿qué sucede con el ancho si el área se mantiene?

R:.

g. En una corrida una persona avanza 4 metros cada segundo, y demora 500 segundos en completarla. Para la siguiente versión de la corrida se prepara de tal manera que puede avanzar 5 metros en cada segundo. ¿Cuánto demora esta vez en completar el recorrido?

R:

h. 50 computadores recorren una base de datos en ocho horas. Si se necesita recorrer una base de datos de iguales características con 40 computadores, ¿cuánto demorará?

R٠

i. En un circuito automovilístico, un automóvil da 10 vueltas en 30 minutos. Si aumenta su velocidad al doble, ;cuánto demorará en dar 30 vueltas?

R:_

j. Diez retroexcavadoras demoran tres días en realizar un trabajo. Si ingresan a la obra 5 retroexcavadoras más, trabajando al mismo ritmo, ¿cuánto demorarán en realizar el mismo trabajo?

R:

k. La cantidad de alimento para el ganado de una granja alcanza para 18 días. Suponiendo que cada animal come la misma cantidad de alimento cada día, ¿para cuántos días alcanzará el alimento si el ganado se duplica?

R: .

I. Respecto del ejercicio anterior, si la cantidad de alimento que se le da a cada animal se reduce a la tercera parte, ¿cuántos días durará el alimento?

R:

m. 12 maquinarias demoraron 5 meses en realizar un trabajo. ¿Cuántos meses demorarán 15 maquinarias de las mismas características, en realizar el mismo trabajo?

R:_____

n. Una llave que libera 12 litros de agua por minuto llena un estanque en 3 horas. Si la llave disminuye su presión y libera 7 litros de agua por minuto, ¿cuánto tiempo se demora en llenar el estanque?

R:

o. 10 grúas se demoran 2 horas en cargar un contenedor. Si se agregan 4 grúas más, ¿cuánto tardarán en cargar otro contenedor de las mismas condiciones?

R: __

p. Cada página de un libro tiene 32 líneas. El libro tiene 70 páginas. ¿Cuántas páginas ocuparía el mismo libro si en cada página se colocaran 35 líneas?

R:

q. Los estudiantes de un taller tecnológico compran un equipo electrónico y se dividen la cuota en partes iguales. El taller constaba de 15 alumnos y cada uno debía pagar \$ 30 000. Si se inscribieron 5 alumnos más, ¿cuánto dinero deberá pagar cada uno?

R:

Interpretar y graficar la proporcionalidad inversa.

¿Cómo representar la proporcionalidad inversa?

Una relación de proporcionalidad inversa se representa en el plano por medio de una **curva** que se acerca cada vez más a los ejes coordenados, a medida que los valores de las variables aumentan.

Una variable de una relación de proporcionalidad inversa nunca puede ser igual a cero, pero sí tomar valores muy cercanos a él. Por esto, su gráfica no se interseca con los ejes que constituyen las asíntotas de ella.

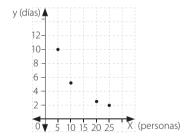


Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

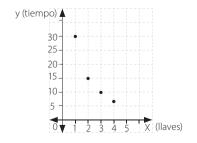
- 1. Identifica si en las siguientes situaciones las magnitudes son inversamente proporcionales. Luego, completa la tabla y grafica.
 - a. Relación entre la cantidad de días que dura las provisiones de un campamento y el número de personas que asiste.

Personas (x)	5	10	20	25	50
Días (y)	10		2,5		



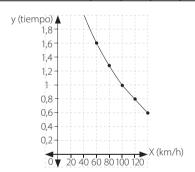
b. Relación entre la cantidad de llaves que se abren para llenar un estanque y el tiempo que se demoran en llenarlo.

Llaves (x)	1	2	3	4
Tiempo en horas (y)			10	

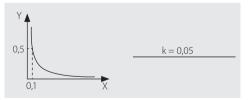


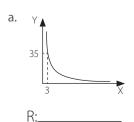
c. Relación entre la velocidad que alcanza un automóvil y el tiempo que demora en recorrer un trayecto.

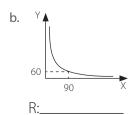
Velocidad km/h (x)	60	80	100	120
Tiempo en horas (y)			1	



2. Analiza los siguientes gráficos y determina la constante de proporcionalidad inversa.



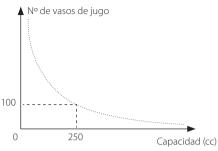




Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. El gráfico muestra la cantidad de vasos de jugo que se pueden servir según la capacidad de cada vaso.



• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas?

R٠

• ¿Cuál es el significado de la constante de proporcionalidad?

R: ___

• ¿Cuántos vasos se pueden servir si la capacidad de cada uno es de 100 cc?

R٠

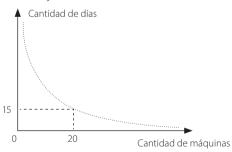
• Si se sirven 200 vasos, ¿cuál es la capacidad de cada uno?

R: _____

• Si se sirven vasos con una cierta cantidad de jugo, se podría servir a 600 personas. Si la cantidad de jugo se triplica, ¿a cuántas personas se les puede servir si cada una toma un vaso?

R٠

b. El gráfico muestra la cantidad de días que se demoran cierta cantidad de máquinas en realizar un trabajo.



• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas?

R٠

• ¿Cuál es la expresión que modela relación de proporcionalidad inversa?

R: _

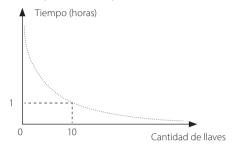
• ¿Cuántos días se demorarán 20 máquinas en realizar un trabajo?

R:_____

• Si se demoraron 10 días en realizar el trabajo, ¿cuántas máquinas trabajaron en ello?

R:

c. El siguiente gráfico muestra el tiempo de llenado de un estanque dependiendo de la cantidad de llaves que se abren para llenarlo.



• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de las variables relacionadas?

R٠

• ¿Cuál es la expresión que modela la relación de proporcionalidad inversa?

R٠

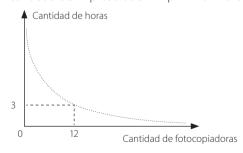
• ¿Cuánto tiempo se demorará en llenar el estanque con 5 llaves?

R:_

• Si se quiere llenar el estanque en media hora, ;cuántas llaves se debe abrir?

R:_

d. El gráfico muestra el tiempo que demora cierta cantidad de impresoras en imprimir un libro.



• ¿Cuánto demoran en imprimir 6 impresoras?

R٠

• Si se necesita tener el libro impreso en 2 horas, ;cuántas impresoras se necesitan?

R:_

Aplicar la proporcionalidad directa en figuras a escala.

¿Qué es una escala?

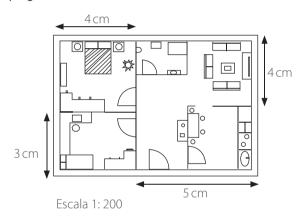
Podemos utilizar la **proporcionalidad directa** para determinar longitudes de objetos o distancias, ya sea representados en un dibujo o mapa o bien comparándolos con otros de tamaño conocido.

En un mapa se utiliza la **escala** definida en él, que indica a cuántos centímetros en la realidad corresponde un centímetro en el mapa. Así, multiplicando el valor de la escala por los centímetros en el mapa podemos obtener la distancia real representada.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. De acuerdo al plano de la casa responde las preguntas.



a. ¿Qué significa que la escala del plano sea 1 : 200?

Si en el plano aparece la razón 1 : 200 significa que 1 cm del plano equivale a 200 cm en la realidad.

Por lo tanto, para determinar la medida real de cada una de las distancias del plano, debemos plantear una proporción entre la razón anterior y la medida que aparece en el plano.

b. ¿Cuál es el ancho real del living?

D.

c. ¿Cuál es el ancho real del dormitorio principal?

R٠

d. ¿Cuál es el ancho real del segundo dormitorio?

R٠

e. ¿Cuál es el ancho real de la casa?

R: ___

f. ¿Cuál es el largo real de la casa?

R:_

Aplica

2. Analiza la situación y responde.

María quiere mandar a imprimir ampliaciones y reducciones de su fotografía favorita. Si su fotografía original es de 10 x 15 cm, responde:

15 cm



10 cm

a. ¿Podría ampliarla a un tamaño de 20 x 35 cm? ¿Por

R:

b. ¿Podría ampliarla a 20 x 30? ¿Por qué?

R٠

c. ¿Podría reducirla a 5 x 7 o a 3 x 8? ¿Por qué?

R: _

d. ¿Qué tamaño podría tener una reducción de la fotografía de María?

R:

e. Si la quiere colocar en un marco para fotografías de 18 x 27, ¿le servirá una ampliación de su fotografía? ¿En cuánto debería ampliarla?

R: _

f. Si la quiere colocar en un marco para fotografías de 13 x 18, ¿le servirá una ampliación de su fotografía? ¿En cuánto debería ampliarla?

R:

	g.	Si María desea que el largo de la fotografía sea de 33 cm, ¿cuál debería ser el ancho?
		R:
	h.	Si María desea que el ancho de la fotografía sea de 3 cm, ¿cuál debería ser el largo?
		R:
3.		suelve los siguientes problemas. Don Bernardo trabaja en construcción y quiere construir una terraza proporcional a una de 5 metros de largo y 2 metros de ancho. Si desea que el largo de la terraza sea de 8 metros de largo, ¿cuánto debe medir el largo?
		R:
	b.	Se hizo una ampliación de una fotografía rectangular de 8 cm por 11 cm. El lado pequeño de la foto ampliada mide 14 cm. ¿Cuál es la longitud del otro lado?
		R:
	C.	En un momento del día, las alturas y las sombras de dos árboles son proporcionales. La sombra del árbol grande es 40 m. La sombra del árbol peque- ño es de 2 m, y su altura es 1,5 m. ¿Cuál es la altura del árbol grande?
		1,5 m x 40 m
		R:
	d.	De acuerdo al libro <i>Los viajes de Gulliver</i> ,los habitantes de Liliput miden 15 cm y Gulliver 180 cm. Si una persona mide 160 cm, ¿cuánto medirá en Liliput?

e. De acuerdo al *Tratado de la pintura* ,de Leonardo

del largo del brazo. Si el brazo de una persona mide 40 cm, ¿cuánto debería medir su mano para

cumplir con la proporción de Da Vinci?

R:_____

da Vinci la longitud de la mano debe ser un tercio

	500001111
f.	Una cancha de voleibol tiene medidas proporcionales a una piscina olímpica. Si las medidas de una cancha de voleibol son 9 m de ancho y 18 m de largo y el largo de una piscina olímpica es de 50 m, ¿cuánto mide el ancho de la piscina?
	R:
g.	En un mapa topográfico (mapa donde aparecen las distancias entre los lugares) generalmente se utiliza una escala de 1 : 250 000, es decir, 1 cm del mapa representa 2,5 km en la realidad. Si la distancia entre Santiago y la Serena es de 120 km, ¿qué distancia debería aparecer en el mapa entre estas ciudades?
	R:
h.	En un plano que tiene una escala de 1 : 500, la representación en el dibujo de un edificio es de 3 cm. ¿Cuál será la altura real del edificio?
	R:
i.	Si se quiere dibujar una farola de 8 m de altura en un plano a una escala 1:100, ¿cuántos centímetros tendrá que medir en el plano?
	R:
j.	En un mapa a escala 1:500 000, la plaza de Colina y la plaza Puente Alto se encuentran a 10 cm. ¿Cuál es la distancia real entre las dos plazas?
	R:
k.	Un mapa está realizado a escala 1 : 100 000. Si dos ciudades están separadas por 2 cm, ¿cuál es la distancia real de separación? ¿Cuántos kilómetros hay de separación entre las dos ciudades? Recuerda que 1 km equivale a 1000 m.
	R:
l.	En un mapa la distancia entre dos ciudades es de 16 cm. Si en la realidad las dos ciudades están separadas por 80 km, ¿cuál es la escala del mapa?
	R:
m.	Un edificio proyecta una sombra de 30 m. Si otro edificio, que mide la mitad del anterior, proyecta una sombra de 15 m, ¿se puede determinar cuánto miden ambos edificio? ¿Por qué? Comenta con

tus compañeros y compañeras.

Lee los recuadros de la derecha y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 20

Una variable independiente es aquella que no depende del valor de otra variable.

Una variable dependiente es aquella cuyo valor depende del valor de otra variable.

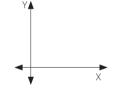
1 El nivel de agua en un recipiente que recibe una gotera depende del tiempo que la llave esté goteando. Dicha dependencia se representa en la tabla:

Gotera				
Tiempo (min)	Nivel de agua (cm)			
0	0			
15	2			
30	4			
45	6			
60	8			

- a. ¿Cuáles son las variables relacionadas?
- b. ¿Cuál es la variable dependiente y cuál la independiente?
- c. ¿Qué relación existe entre una y otra variable?

Lección 21 y 22

2 Representa gráficamente la información de la tabla. Determina el tipo de proporcionalidad y encuentra la constante de la proporcionalidad.



Х	у
2	60
3	90
4	120

Tipo de proporcionalidad:

Constante:

Dos variables (x e y) son inversamente proporcionales si el producto entre sus valores relacionados es constante.

Dos variables (x e y) son directamente

proporcionales si el cociente entre sus

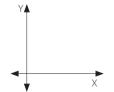
valores relacionados es constante.

La expresión que modela la relación de proporcionalidad directa es:

 $f(x) = k \cdot x \operatorname{con} k > 0$

Lección 23 y 24

3 Representa gráficamente la información de la tabla. Determina el tipo de proporcionalidad y encuentra la constante de la proporcionalidad.



Х	у
2	60
3	40
4	30

Tipo de proporcionalidad:

Constante:

Lección 25

Podemos utilizar la proporcionalidad directa para determinar longitudes de objetos o distancias, ya sea representados en un dibujo o mapa o bien comparándolos con otros de tamaño conocido.

4 Resuelve el siguiente problema.

En un mapa, la distancia entre dos ciudades es 2 cm, si la escala es de 1 : 2000 000, ¿cuál es la distancia real en kilómetros?

R: _____

Desafío de integración

1.

а.	Un auto debe recorrer 300 km en 3 horas. La primera hora recorre $\frac{1}{3}$ de la distancia, la segunda hora $\frac{1}{4}$ de lo que queda, y la tercera hora el resto. ¿Cuántos kilómetros recorre en la tercera hora?
	R:
ο.	Lorena trabaja los fines de semana haciendo clases particulares y cobra \$37500 por 5 horas. ¿Cuánto ganará por 8 horas?
	R:
C.	Una rueda de coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?
	R:
d.	En un grupo de personas, por cada 3 mujeres hay 5 hombres. Si el número total de mujeres es de 120, ¿cuántos hombres hay?
	R:
e.	Un automóvil demora 5 horas en llegar a una ciudad a una velocidad de 80 km por hora. Si debe demorar 4 horas, ¿a qué velocidad debe viajar para llegar a tiempo?
	R:
f.	Seis máquinas demoran 9 días en realizar un tra- bajo. ¿Cuánto demorarían tres máquinas en reali- zar el mismo trabajo?
	R:
g.	La gotera de una llave llena un balde en 3 horas. ¿En cuánto se llenará si hay tres goteras de iguales características?
	R:
h.	2 maquinarias elaboran una serie de productos en 8 días. ¿Cuántos días tardarían en elaborar la mis- ma serie 4 maquinarias de iguales características?
	R:
i.	Para asfaltar una calle, cinco máquinas tardan 10 días. ¿Cuántas máquinas se tendrán que operar si se quiere acabar la obra en dos días?
	R:
j.	Durante dos semanas de bajas ventas, una tienda perdió \$ 500 000 por día.

• Determina la expresión que modela la pérdida

por día p.

	• Calcula el dinero perdido al cerrar la tienda el jueves de la segunda semana.
	R:
	• ¿En qué día la tienda había perdido un total de \$ 7 500 000?
	R:
k.	Un termo consume 900 litros de gas en 5 horas y media. Otro termo consume 100 litros de gas en 3 horas y media. ¿Cuál de los dos termos gasta más por hora?
	R:
l.	Un empresa petrolífera paga a sus obreros según los metros excavados. Si se considera que por cada metro excavado se paga \$ 2500 responde a continuación:
	• Construye una tabla de valores en tu cuaderno.
	• Construye el gráfico asociado a la situación en tu cuaderno.
	 Determina la expresión matemática que permite calcular el sueldo de un obrero (y) de acuerdo a los metros excavados (x).
	R:
	• ¿Cuánto ganará un obrero que excava 25 m?
	R:
	 Si un obrero gana \$50000, ¿cuántos metros excavó?
	R:
	• Si un obrero desea ganar al mes \$ 700 000 excavando la misma cantidad de metros diariamente ¿cuántos metros debiera excavar si trabajará de lunes a viernes 4 semanas al mes?
	R:
m.	Existen dos mapas diferentes de Chile, uno a escala 1:100 000 cm y otro a escala 1:500 000. Indica cuál de los dos mapas es más grande y porqué.
	R:
n.	Una fotografía mide 5 cm de ancho y 10 de largo. Si se quiere hacer una ampliación para colocarla en un marco de 12,5 cm por 25 cm, ¿en cuánto se debiera ampliar la fotografía?
	R:

Resolución de problemas

Estrategia: Hacer una tabla

Cuando en un problema intervienen variables, es posible organizar los datos en una tabla con el fin de establecer la relación que hay entre ellos y así encontrar los demás valores.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

_	_	
	1	
	Н	

Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. Cuando en un área determinada se aplica una fuerza, se produce una presión. Esta es directamente proporcional a la fuerza que se aplica e inversamente proporcional a la superficie en la que actúa.
 - Si en una construcción, una máquina que efectúa una fuerza sobre una superficie genera una presión de 150 (Newton/cm²), ¿qué presión ejerce la máquina aplicando la misma fuerza sobre una superficie de 6,25 (cm²)?

b.	En promedio, las vacas lecheras pasan un 50% del
	día (12 horas) durmiendo o reposando y 5 horas
	(aproximadamente un 21 %) comiendo. Si la vida
	de una vaca en promedio es de 22 años:

•	¿Cuántas	horas	a la	sem	ana	la v	/aca	dueri	me o
	reposa?								

•	Una vaca promedio, ¿cuántas horas de su vida
	dedica a alimentarse?

• Una vaca come 6 kilogramos de alimento al día. Si un productor lechero cuenta con 300 kg de alimento y tiene 25 vacas, ¿para cuántos días le

alcanza el alimento?

R: _____

• Si su ganado aumenta en un 20%, ¿cuántos días podrá alimentar a su ganado?

c. El encargado de soporte computacional de cierta empresa demora idealmente, en promedio, 0,2 horas en realizar una revisión simple de una computadora de escritorio.

•	¿Cuántas horas demorarán idealmente en revisar
	los computadores de la empresa, si esta
	cuenta con 238 computadoras?

R:			

•	Los encargados de soporte trabajan en turnos de
	8 horas diarias. ¿Cuántos computadores pueden
	revisar en cada turno?

R:			

• ¿Cuántos encargados de soporte trabajando ideal y simultáneamente se necesitarán para que la revisión de todos los computadores de la empresa sean revisados en un solo turno (8 horas)?

R:			

d. Las siguientes son distancias desde Santiago a distintas ciudades del norte del país.

Ciudad	Distancia de Santiago (km)
Iquique	1853
Antofagasta	1361
Vicuña	540
La Serena	474

• Si un vehículo de carga, cuya velocidad sugerida por carretera es de 90 km/h, demora cuatro horas en un viaje desde Santiago a La Serena, ¿respetó su velocidad sugerida? Explica.

R:			

• Realiza una estimación de tiempo de viaje para un vehículo que viaja desde Santiago a cada una de las ciudades de la tabla, a una velocidad promedio de 100 km/h.

2	₹:	

2 Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes proble	mas.
a. Un estanque se llena en 12 horas con una salida de agua que arroja 180 litros de agua por minuto.	 ¿Cuántos vendedores debe tener una tienda con 5 supervisores? R:
• ¿Cuál es la capacidad del estanque? R:	 Si una tienda tiene 2 líderes de staff, ¿cuántos vendedores tiene?
 Si por un problema desde la matriz, la salida de agua disminuye su caudal en un 25%, ¿cuántas horas demorará el estanque en llenarse con estas condiciones? 	 R:
R: • Un estanque de la misma capacidad se llena en 15 horas con dos salidas de agua idénticas. ¿Qué flujo de agua tiene cada salida de agua?	 ¿Cuántas jornadas de trabajo demorarán 13 técnicos eléctricos en realizar el mismo trabajo en las mismas condiciones?
R: D. Una multitienda contrata personal de ventas siempre en la misma razón. Por ejemplo, cierta tienda tiene 3 supervisores, 6 líderes de staff y 24 vendedores.	• Si se han hecho $\frac{3}{4}$ partes del trabajo total, pero se necesita terminar el trabajo en dos jornadas ¿cuántos electricistas, que trabajen en iguales condiciones, se necesitan para terminar el
• ¿Cuál es la razón entre los vendedores y supervisores? R:	resto de la labor en el tiempo solicitado por la empresa? R:
Utilizando la misma estrategia, u otra que considere adecuada, resuelve los siguientes problemas. Un acuicultor de Aysén utiliza 6 empaques de	s b. Un ciclista pedalea a 32,5 km/h desde Puerto
suplemento dietario en la alimentación y crianza de 27 jaulas de truchas arcoíris.	Montt hacia Frutillar en una ruta de 81 km. Pregunta:
Pregunta:Respuesta:	Respuesta:
evisando mis procesos	
esponde las siguientes preguntas sobre la estrategia utili	
1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas?	Si no fue así, ¿por qué?
2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.	
3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estra	tegia?

¿Qué aprendí?

PARTE I Para repasar contenidos

Marca la alternativa correcta.

- La expresión algebraica que representa el enunciado "el triple de un número aumentado en su tercera parte" es:
 - A. $3 + \frac{x}{3}$
 - **B.** $3x + \frac{1}{3}$
 - C. $3 + \frac{1}{3}$
 - **D.** $3x + \frac{x}{3}$
- Si tres números consecutivos suman 66, ¿cuál es el mayor de ellos?
 - A. 66
 - **B.** 23
 - **C**. 21
 - D. 22
- ¿Qué expresión se obtiene al reducir 6pq + 5p - 2q - 3pq - q - p?
 - A. 6pq + 5p 2q
 - **B.** 3pq + 4p 3q
 - C. -3pq q p
 - D. pq + p + q
- 4 La ecuación 5x (9x 16) = 56 tiene como solución:
 - **A.** -18

C. -10

B. 18

- D. 10
- 5 La solución de la inecuación $-4p + \frac{7}{8}p + 5 > 15$ es:
 - A. $p < -\frac{16}{5}$
 - B. $p < \frac{16}{5}$ C. $p > -\frac{16}{5}$
- 6 Si p es un número natural, ¿cuáles son los primeros seis términos de la secuencia cuyo patrón es 2p + 3?
 - **A.** 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - **B.** B. 5, 6, 7, 8, 9, 10
 - **C.** C. 5, 7, 9, 11, 13, 15
 - **D.** D. 3, 5, 7, 9, 11, 13
- El perímetro de un cuadrado no puede ser mayor que 24. ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar su área?
 - A. 24 cm²
 - **B.** 6 cm²
 - C. 36 cm²
 - **D.** 0 cm²

- En la siguiente tabla se muestran los valores de las variables X e Y que están en proporción directa. ¿Cuál es el valor de P - Q?
 - **A**. 15
- 2 6 Р 5 0
- Dos variables M y N están en proporción directa. Si una de ellas duplica su valor, ¿qué ocurre con el valor de la otra?
 - A. Se cuadruplica.
 - B. Se duplica.
 - C. Se reduce a la mitad.
 - D. Se reduce a la cuarta parte.
- n En la siguiente tabla se muestran los valores de las variables X e Y que están en proporción inversa. ¿Cuál es el producto entre B y A?
 - **A.** 120
 - B. 240
 - C. 320
 - D. 360

Х	у
10	Α
В	6
15	8

- Seis trabajadores demoran 8 días en construir una pared. ¿Cuánto demorarían 12 trabajadores en construir la misma pared, trabajando todos por igual?
 - A. 16 días
 - **B.** 12 días.
 - C. 4 días.
 - D. 4.5 días.
- 12 P y Q son variables inversamente proporcionales. Si P = 10 cuando Q = 6, ¿cuál es el valor de P cuando Q = 12?
 - **A.** 7,2
 - **B.** 5
 - C. 4
 - D. 0,2

78

PARTE II Para practicar habilidades

B Escribe una expresión para determinar el perímetro de cada figura.

a.

	cb		
b		b	R:
	cb		

b. Triángulo equilátero de lado (a + 4)

c.



14 Escribe una situación para cada expresión algebraica.

a. 4x + 7 R: _____

b.
$$x + \frac{2}{3}x$$
 R:

- (15) Completa la figura, sabiendo que la suma de las expresiones de dos rectángulos contiguos de manera horizontal es igual a la expresión que se encuentra inmediatamente debajo de ellos.

6а	- 5		2a -	+ b	
	9a -	- 10			
			14a	– 3b	

16 Determina si las variables x e y se relacionan directa o inversamente proporcionales.

a.

,	Х	У
	4	9
	5	7,2
	6	6

C.

Х	У
2	8
3	12
5	20

b.

5
25
5

d.

Х	У
2	14
4	7
7	4

- 17 Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Dos máguinas embalan 30 cajas de un producto en 12 horas. ¿Cuántas cajas pueden embalar en 15 horas?

b. Javiera usa una cinta de 2 metros para hacerse una pulsera. Si corta la cinta en seis pedazos, de modo que 5 de ellos miden lo mismo y uno mide 20 cm más, ¿Cuál es el largo de cada pedazo?

c.	La edad de Rocío es 12 años más que la edad de
	Trinidad, y Javiera tiene el cuádruple de la edad
	de Rocío. Si Trinidad tiene 9 años, ¿cuántos años
	tienen entre las tres?

d. Un garzón gana \$12000 diarios, además de la propina sugerida correspondiente al 10% de cada boleta. Si ese día atendió 5 mesas con boletas de \$25 300 y tres mesas con boletas de \$9860, ¿cuánto dinero ganó ese día?

e.	Roberto decide construir cuatro mesones de
	2 metros cada uno para su colegio. Para ello
	necesitará 11,5 m de listones madera del mismo
	grosor. Si le piden construir 5 mesones más,
	¿cuánta madera tendrá que comprar Roberto er
	total?

f.	El monto de la cuota de un crédito de consumo
	se pagará entre los integrantes de una familia,
	correspondiéndole a cada uno de ellos la misma
	cuota ¿Cómo se relacionan las variables?

• Si en el caso anterior, la familia tiene 5
integrantes, cada uno paga \$ 200 000, ¿cuál es
la constante de proporcionalidad? ¿Cómo se
interpreta este valor?

•	De acuerdo a lo anterior, ¿cuánto pagaría cada
	integrante de una familia de
	12 personas?

Analizar y descubrir relaciones de ángulos interiores y exteriores de un polígono.

Práctica guiada

¿Cuánto suman los ángulos interiores y exteriores de un polígono?

- Un polígono es una figura plana, limitada por una poligonal cerrada. Los elementos de un polígono son sus vértices, sus lados, sus ángulos interiores y sus ángulos exteriores. Los ángulos exteriores de un polígono son suplementarios a los correspondientes ángulos interiores.
- Un polígono regular tiene todos sus lados iguales y además todos sus ángulos iguales.
- Los polígonos se clasifican según la cantidad de lados que tienen, en triángulos (3), cuadriláteros (4), pentágonos (5), hexágonos (6), heptágonos (7), etcétera.
- Los ángulos interiores de un polígono de n lados suman (n − 2) · 180°.
- Los ángulos exteriores de un polígono de n lados, siempre suman 360°.

Practiquemos lo aprendido

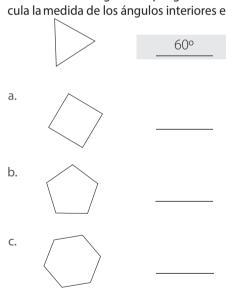
1.	 Analiza cada afirmación. Escribe V si es ver si es falsa. 			F	
			V	Un polígono regular de tres lados es un	

- triángulo equilátero.
- a. _____ Un octógono es un polígono de 9 lados.
- b. _____ Un triángulo puede tener tres ángulos agudos.
- c. _____ Un cuadrilátero puede tener tres ángulos obtusos.
- d. _____ La suma de la medida de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°.
- e. _____ Si un triángulo tiene un ángulo recto, entonces los otros dos ángulos son complementarios.
- f. _____ Un ángulo interior de un polígono siempre es agudo.
- g. _____ La suma de la medida de los ángulos exteriores de un pentágono es 360°.
- 2. Completa la tabla con la suma de los ángulos interiores de cada tipo de polígono.

	Polígono	Suma de los ángulos interiores
	Triángulo	180°
a.	Cuadrilátero	
b.	Pentágono	
c.	Hexágono	

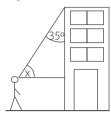
	Polígono	Suma de los ángulos interiores
d.	Heptágono	
e.	Octágono	
f.	Nonágono	
g.	Decágono	

3. Cada uno de los siguientes polígonos es regular. Calcula la medida de los ángulos interiores en cada caso.



Aplica

- 4. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Una persona mira la parte más alta de un edificio, como muestra la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo de elevación de su cabeza?



R:

b. Al abrir una ventana se forma un triángulo, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo entre la ventana y la pared?



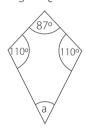
R:____

c. Una puerta, al abrirse, forma los ángulos que muestra la figura. ¿Cuál es el ángulo de abertura de la puerta?



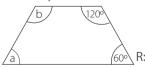
R:_

d. José diseñó un volantín con la forma que se ve en la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo a?



R٠

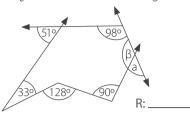
e. Las mesas de un colegio tienen la forma de un trapecio, como muestra la figura. ¿Qué valores tienen a y b?



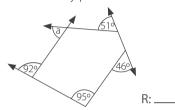
f. En un triángulo rectángulo isósceles, ¿cuál es la medida de sus ángulos? ¿Existen dos triángulos rectángulos isósceles que tengan distinta medida en sus ángulos? Justifica.

R:_

g. La figura a continuación es un pentágono irregular. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?



h. En el siguiente polígono irregular, ¿cuáles son los valores de α y β ?



i. Un polígono tiene 18 lados, ¿cuál es la medida de la suma de sus ángulos interiores?

R: _____

j. Juan dice que a medida que aumenta el número de lados de un polígono, aumenta la suma de los ángulos interiores y exteriores. ¿Es correcto lo que dice Juan? Justifica.

R: __

k. La suma de los ángulos interiores de un polígono es 1440°, ¿cuántos lados tiene el polígono?

R:_

I. ¿Cuánto mide el ángulo de centro de un hexágono regular? Divide el hexágono en triángulos con vértice en el centro del hexágono.

R:_

m. Si se trazan las diagonales en un rectángulo, ¿cuánto mide el ángulo que se forma en la unión de la diagonal y el vértice del rectángulo?

R: _

n. La suma de los ángulos interiores de un polígono regular es 900°. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del polígono?

R٠

ñ. La suma de los ángulos opuestos de un rombo es 100°. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del rombo?

п	
к	۰
	۰

o. Un triángulo isósceles tiene un ángulo de 50° y los otros están en la base de este. ¿Cuánto miden los ángulos de la base?

R٠		
1 1.		

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

¿Cómo calcular el área de algunos polígonos?

- El área de un polígono es la medida del espacio que la figura ocupa en el plano.
- El área de un rectángulo de lados a y b se calcula como $A = a \cdot b$.
- El área de un paralelogramo de lado a y altura h, se calcula como A = a · h
- El área de un triángulo de lado a y de altura respecto a ese lado igual a h se calcula como A = $\frac{a \cdot h}{2}$
- El área de un trapecio de bases a y b, y altura h se calcula como A = $\frac{(a + b) \cdot h}{2}$

Practiquemos lo aprendido

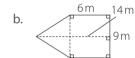
Práctica guiada

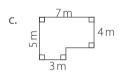
1. Calcula el área (A) de cada polígono.

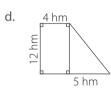


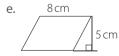
$$A = _{_{_{_{_{_{}}}}}} 75 \, \text{m}^2$$

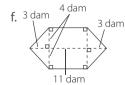


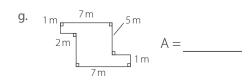




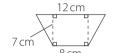


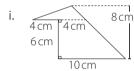


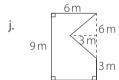




h.



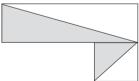




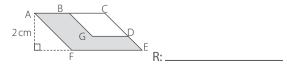
Aplica

2. Resuelve los siguientes problemas.

a. La siguiente figura está formada por un cuadrado de lado 0,4 cm y un rectángulo cuyo ancho mide lo mismo que el ancho del cuadrado y su largo es 1,5 cm. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



 AFEC y BGDC son paralelogramos de altura 2 cm y 1 cm, respectivamente, y BC = 2AB = 6 cm y 3CD = DE = 3 cm. Calcula el área pintada.



c. ¿Cuál es el área de una figura formada por dos cuadrados, uno de lado 12 cm y el otro de lado 8 cm?, ¿puede haber más de una respuesta correcta?

R:

d. Si el área de un triángulo rectángulo es 6 dm², ¿cuál es la medida de la base si la altura mide 3 dm? Expresa tu resultado en cm, mm y km.

e. Calcula la longitud del lado y de la altura correspondiente de un paralelogramo cuya área es de 63 cm², si se sabe que su altura es 2 cm mayor a la del lado correspondiente.

f. Se tiene un cuadrado y un rombo cuyos lados tienen igual medida. ¿Son iguales sus áreas? Justifica tu respuesta.

g. El área de un triángulo rectángulo es 96 m² y uno de sus catetos tiene una longitud 8 cm. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa?

R: __

h. Las bases de un trapecio miden 14 cm y 24 cm, y su altura mide 13 cm. Si se traza una diagonal en dicho trapecio, ¿cuáles son las áreas de los triángulos que se forman?

i. Calcula la medida de un lado y la altura correspondiente de tres triángulos cuyas áreas sean de 48 metros cuadrados.

R:

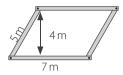
j. Un triángulo está inscrito en un cuadrado de lado 18 cm. ¿Cuál es el área que se encuentra entre el cuadrado y el triángulo?

k. Un volantín tiene sus diagonales de medidas 30 cm y 28 cm. Si se tiene un pliego de papel volantin de 50 cm de largo y 45 cm de ancho, ¿cuántos volantines me alcanza con el papel? ¿Cuánto papel sobra?

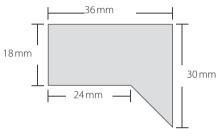
I. Un triángulo está inscrito en un cuadrado de lado 12 cm. ¿Cuál es el área del triángulo?

m. Un triángulo está inscrito en un rectángulo de lados 8 cm y 10 cm. ¿Cuál es su área?

n. Carmen quiere plantar cebollas y destino parte de su patio para ello. ¿Cuál es el área que cubrirá con semillas de cebolla?

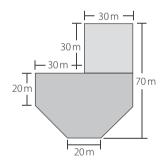


o. Javier desea construir una figura de origami con el trozo de cartulina que se muestra a continuación. ¿Cuál es el área de cartulina que utilizará?



R:__

p. Don Roberto debe plantar pasto en el patio de un colegio que tiene las medidas que muestra la imagen. ¿Cuál es el área del patio?



R:_

• Si las palmetas que utilizará don Roberto son rectangulares de 0,5 m por 0,6 m, ¿Cuántas palmetas necesitará para cubrir el área cuadrada de lado 30 m?

R:_

• Si el resto del patio del ejercicio anterior se desea embaldosar con baldosas cuadradas de 1 m de lado, ¿cuántas baldosas se necesitarán?

R:_

• Si las baldosas vienen en cajas de 15 baldosas, ¿cuántas cajas tendrá que comprar?

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 26

Los ángulos interiores de un polígono de n lados suman $(n - 2) \cdot 180^{\circ}$.

Los ángulos exteriores de un polígono de n lados siempre suman 360°.

1 Analiza los polígonos y responde.







a. ¿Cuántos ángulos interiores tiene cada polígono?

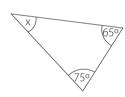
b. ¿Qué polígono tiene todos sus ángulos interiores obtusos?

c. ¿Qué polígono tiene todos sus ángulos exteriores iguales?

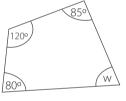
d. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?

2 Calcula la medida del ángulo pedido en cada polígono.

a.



b.



El área de un rectángulo de lados a y b se calcula como: A = a • b.

El área de un paralelogramo de lado a y altura h, se calcula como: A = a • h

El área de un triángulo de lado a y de altura respecto a ese lado igual a h se calcula como:

$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

El área de un trapecio de bases a y b, y altura h se calcula como:

$$A = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

Lección 27

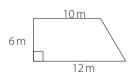
3 Calcula el área (A) de las siguientes figuras geométricas.

a.



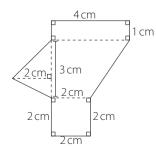
A:____

b.



A:_____

c.

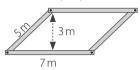


A:_____

Desafíos de integración

1. Resuelve los siguientes problemas.

a. Don José está cercando su huerta para plantar tomates. Necesita comprar abono, que viene en bolsas que cubren 1 m² de terreno y tienen un costo de \$1250. Luego tendrá que comprar las semillas, que vienen en sobres de 100 gramos y necesita comprar 10 sobres por cada metro cuadrado de terreno que plantará.



• ¿Cuántas bolsas de abono deberá comprar don José para cubrir todo el terreno?

R: __

• ¿Cuántas bolsas de semillas deberá comprar para plantar todo el terreno con tomates?

R٠

• ¿Cuánto gastará en abono?

R٠

• Si cada bolsa de semillas cuesta \$ 750, ¿cuánto gastará en semillas?

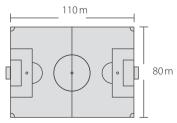
R:

b. La piscina de un colegio tiene las medidas que semuestra en la imagen. Se quiere comprar una lona que cubra la piscina por completo. En la tienda venden lonas de 3,5 m de ancho a \$ 3250 el metro y de 5 m de ancho a \$ 3400 el metro. Si debe gastar lo menos posible aunque eso signifique unir lonas para completar el ancho de la piscina, ¿cuál de las opciones le conviene?



R:

c. La imagen muestra una cancha de fútbol.



• ¿Cuál es el área de la cancha?

R: __

• Si se desea renovar el pasto comprando palmetas cuadradas de pasto de ancho 0,5 m, ¿cuántas palmetas de pasto se necesitarán para cubrir por completo la cancha?

R:

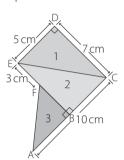
• Si cada palmeta cuesta \$ 790, ¿cuál será el costo de renovar el pasto?.

R:

d. Observa la siguiente figura y responde.

• ¿Cuál es el área del triángulo 1?

- ¿Cuál es el área del triángulo 2?
- ¿Cuál es el área del triángulo 3?
- ¿Cuál es el área de la figura completa?

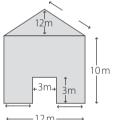


R: ___

e. Una baldosa cuadrada tiene 40 cm de ancho. Si se desea embaldosar un patio de 5 metros de ancho por 6 m de largo. ¿Cuántas baldosas necesitará?

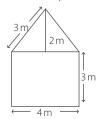
R٠

f. La fachada de una iglesia será cubierta con azulejos cuadrados de 20 cm de lado. ¿Cuántas cajas de azulejos se necesitarán si en cada una vienen 20 azulejos?



R:_

g. Se desea pintar la fachada de una casa con las medidas que se muestran en la imagen. Si cada tarro de pintura alcanza para pintar 30 m², ¿cuántos tarros se necesitan comprar?



R:__

Resolución de problemas

Estrategia: Plantear una ecuación o inecuación

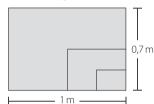
Cuando en un problema hay un dato desconocido, puedes plantear una expresión en lenguaje algebraico, en la cual se relacionan los datos que se entregan y la incógnita a través de una ecuación. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



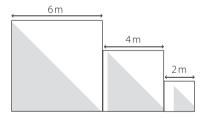
Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. Isidora ha comprado un pliego de cartulina para elaborar una cartelera, y dentro de él traza dos rectángulos. Si las dimensiones de cada rectángulo son la mitad de las dimensiones del rectángulo que los contiene, ¿cuál es el área del pliego de cartulina y de cada uno de los rectángulos trazados?



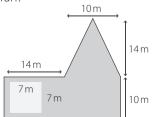
R:

b. Alejandro está diseñando un logo para una empresa y desea saber cuánta tinta negra necesita para la parte oscura que se muestra en la figura. Si cada figura es un cuadrado, ¿Qué área quedará en negro?



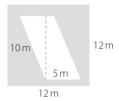
R:.

c. Una parcela tiene la forma que aparece en la imagen. Si se pone pasto exceptuando en el lugar de la piscina cuadrada. ¿Cuántos metros de pasto se necesitarán?



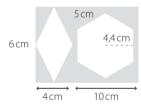
R: __

d. En el techo de un edificio se pondrá una piscina con forma de paralelogramo, como muestra la imagen. Si el resto del techo se embaldosará, ¿cuántos metros cuadrados necesitarán baldosas?



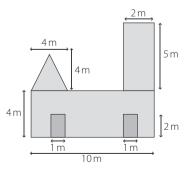
p.

e. De una cartulina, Javier recortó las figuras que aparecen en la imagen. ¿Cuánta cartulina le sobró?



R:

f. La fachada de una iglesia se embaldosará con pequeños azulejos cuadrados de 10 cm de lado, exceptuando las puertas, como muestra la imagen.



- ¿Cuál es el área que se embaldosará?
- ¿Cuántos azulejos se van a necesitar?

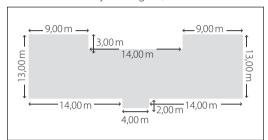
R:_

86

2

Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a. La imagen muestra el espacio destinado para estacionamientos que tiene un edificio. El terreno completo tiene un ancho de 23 m y de largo 42 m. La parte oscura será destinada para áreas verdes y la parte clara será para estacionamientos. Los estacionamientos deben ser rectangulares de ancho 2 m y de largo 2,5 m.



• ¿Cuál es el área completa del terreno?

R·

• ¿Cuál es el área destinada a estacionamientos?

R:____

• ¿Cuál es el área destinada a áreas verdes?

R:_

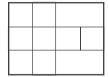
• Si tuvieras que demarcar el lugar destinado a estacionamientos considerando que debes maximizar el espacio, ¿cómo distribuirías los estacionamientos?

R:_

• ¿Cuántos estacionamientos cabrían si debes dejar mínimo 6 metros de separación para aquellos que están uno frente al otro?

R:

b. De una cartulina se cortó la red de un cubo, cuyas caras cuadradas miden 12,5 cm por lado.



• ¿Cuál es el área de la cartulina?

R:___

• ¿Cuál es el área que utilizará en la red del cubo?

R:_

• ¿Cuánta cartulina sobró?

R:_

c. Javier desea pintar su dormitorio que tiene 2 m de alto. Las murallas que están enfrentadas tienen un largo de 5 m y una de ellas tiene una ventana cuadrada de 1,5 m de ancho. Las otras dos murallas enfrentadas tienen 3 m de ancho y una de ellas tiene una puerta de 1 m de ancho llegando hasta el techo del dormitorio. ¿Cuál es el área que debe pintar Javier descontando la ventana y la puerta?

R٠

- Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos con la ayuda de un diagrama y compártelos con tus compañeros.
- a. Un terreno tiene largo 10 m y ancho 7 m, se desea construir una piscina rectangular de 3 m por 5 m.

Pregunta: ___

Respuesta: ___

b. Una pared mide 2 m de alto y 5 metros de ancho. Se desea pintar descontando la superficie de una ventana cuadrada de 1,25 m de lado.

Pregunta: ___

Respuesta: _____

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

1.

2.

Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.

¿Qué son una circunferencia y un círculo?

La circunferencia es el lugar geométrico (conjunto de puntos que cumplen una determinada condición) en el cual todos los puntos del plano se encuentran a una misma distancia de un punto fijo llamado centro, simbolizado por una O.

El círculo es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a menor o igual distancia del centro que la circunferencia.

Pr

Pr	ractiquemos lo aprendido	
Pr	áctica guiada	Aplica
1.	Analiza cada afirmación. Escribe V si es verdadera o F si es falsa. a Si dos circunferencias tienen el mismo centro son iguales.	3. Realiza la siguiente actividad.a. Dibuja el siguiente ángulo en tu cuaderno.
	 b. Un círculo es una región plana. c. Un círculo es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a una misma distancia de un punto fijo llamado centro. d. Una circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a una distancia igual o menor de un punto 	 b. Dibuja todos los puntos que están a la misma distancia de cada lado del ángulo. c. Si siguieras dibujando puntos, ¿se formaría una curva o una recta? R:
2.	fijo llamado centro. Realiza la siguiente actividad. a. Copia en tu cuaderno una recta y un punto como muestra la imagen. • F	R: 4. Resuelve los siguientes problemas. a. Jorge dice que dos circunferencias cualesquiera se pueden intersecar en exactamente dos puntos, en cambio, Lorena dice que pueden intersecarse en infinitos puntos. ¿Quién tiene la razón? R:
	b. Dibuja todos los puntos que están a la misma distancia de la recta y del punto, como muestra la imagen.	 b. ¿En qué caso dos circunferencias se intersecan en infinitos puntos? Dibuja la situación en tu cuaderno. R: c. ¿Es posible que dos circunferencias se intersequen en un solo punto? Dibuja la situación en tu cuaderno.
	c. Si siguieras dibujando puntos, ¿se formaría una curva o una recta? R: d. Investiga cómo se llama el lugar geométrico que acabas de dibujar.	R: d. Juliana decora centros de mesa. La contrataron para colocar los centros de mesa de un matrimonio y le insistieron que los arreglos debían quedar exactamente en el centro de las mesas circulares. ¿Cómo podría Juliana determinar el centro de las mesas?
	R:	D.

Identificar los elementos del círculo.

¿Cuáles son los elementos del círculo?

Dos elementos básicos del círculo son su radio y su diámetro.

Un segmento que une el centro de un círculo con cualquier punto de su contorno, corresponde a su **radio**.

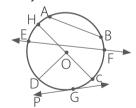
Un segmento que une dos puntos de una circunferencia y pasa por el centro del círculo, corresponde a su **diámetro**.

Un diámetro mide el doble de un radio.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

- 1. Analiza cada afirmación. Escribe V si es verdadera o F si es falsa.
 - V Dos puntos de una circunferencia de centro O están a la misma distancia de O.
 - a. _____ En un círculo, la longitud del diámetro es el triple de la longitud del radio.
 - b. _____ Si dos circunferencias tienen el mismo radio son iguales.
 - c. _____ Si se unen dos puntos cualesquiera de una circunferencia entonces este segmento corresponde al diámetro.
 - d. _____ El diámetro siempre tendrá una medida mayor a la medida del radio.
- 2. Identifica el radio y el diámetro del círculo.



R٠

Aplica

- 3. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. ¿Qué elementos necesitas conocer para construir una única circunferencia? Explica.

R:			

b. Si unes dos puntos cualesquiera de una circunferencia trazas una cuerda. Si en una circunferencia de radio 2 cm se traza la cuerda de mayor longitud, ¿cuántos centímetros medirá?

|--|

c. Se colocan 100 monedas de \$ 100 una al lado de la otra. ¿Qué longitud cubren si el radio de la moneda mide 27 mm?

D		
ĸ.		

d. El cóctel de la graduación de 8.° se realizará en el gimnasio del colegio. Leandro es el encargado de colocar las mesas. Las debe colocar una al lado de la otra por todo el contorno del gimnasio y debe considerar una separación de 1 m entre ellas para las sillas. Si el gimnasio tiene 30 m de largo y 10 m de ancho y las mesas tienen un diámetro que mide 1 m, ¿cuántas mesas necesitará para rodear todo el gimnasio?

R:		

e. Un espejo circular se puso en un marco cuadrado. Si se debe perder la menor cantidad de superficie y el radio del espejo mide 18 cm, ¿cuánto debe medir el ancho del marco?

R٠			

f. Una piscina de forma circular se rodeará con una reja formando un cuadrado. Si la piscina tiene un diámetro que mide 5 m y debe haber una distancia de 1 m hasta la reja, ¿cuántos metros de reja se necesitarán?

R:		

g. La empresa Ricas Pizzas está abaratando costos y fabricará cajas para sus pizzas de modo que el espacio que quede entre la pizza y la caja sea menor a 1 cm. Las pizzas familiares miden 30 cm de diámetro, ¿cuál será el ancho de la caia?

	D.
	n.
h.	Se tiene un círculo cuyo radio mide 10 cm. ¿Cuán-

,		,
dentro de este círculo s	sin superponerlos?	
D.		

tos círculos cuvo radio mide 5 cm puedes dibujar.

Estimar el perímetro de un círculo.

¿Cómo estimar el perímetro de un círculo?

- La razón entre el perímetro de un círculo y su diámetro es una constante llamada pi, cuyo valor es aproximadamente igual a $\pi \approx 3,14159265$.
- De esta manera, para calcular el perímetro de un círculo se multiplica el número π por el diámetro o por el doble del radio:

$$P = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula el perímetro (P) de las siguientes circunferencias de centro O. Utiliza la aproximación $\pi \approx 3,14$.



a.



b.



C.



d.



e.



f. El perímetro del triángulo OPQ es de 20 cm.



Aplica

- **2.** Resuelve los siguientes problemas. Utiliza $\pi \approx$ 3,14.
 - a. ¿Cuál es el perímetro de una circunferencia cuyo radio mide 8,6 cm?

R٠

b. ¿Cuál es el perímetro de una circunferencia cuyo diámetro mide 18 cm?

R:_

c. ¿Cuánto mide el radio de una circunferencia si su perímetro es 37,68 cm?

R:_

d. ¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia si su perímetro es 59,66 cm?

R: _

e. La cuarta parte del perímetro de la circunferencia es de 6,28 m, ¿cuánto mide el diámetro de la circunferencia?

R:

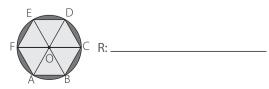
f. ¿Cuánto debe medir el diámetro de una circunferencia si su longitud es 1 cm? Explica tu respuesta.

R:

g. Un círculo de radio 10 cm está inscrito en un cuadrado. ¿Cuál es el perímetro de la región comprendida entre estas dos figuras?

R٠

h. La figura muestra un hexágono regular inscrito en una circunferencia. Considera que el lado del hexágono mide 1 cm. Utiliza esta información para estimar el perímetro de la circunferencia.



será la longitud lineal de la funda?

s. ¿Cuánto debe medir el radio de una rueda de triciclo para que en una vuelta recorra 1,5 metros? t. Un florero de forma cilíndrica tiene una base circular cuyo radio mide 5 cm. Si se desea colocar una cinta alrededor del florero, ¿cuántos centímetros de cinta se necesitan si esta dará dos vueltas al florero y además se deben considerar 15 cm por lado para hacer el nudo? u. En una piscina circular se desea colocar una reja. Si la piscina tiene 5 m de diámetro, ¿cuántos metros de reja se deben comprar? v. El círculo central de una cancha de fútbol mide 9,5 m de radio. ¿Cuánto mide su contorno? w. Para fabricar los Hula Hoop se utilizan tubos de 10 metros de largo. Si se desea fabricar Hula Hoop de 50 cm de diámetro, ¿cuántos juguetes de estos se pueden fabricar con un tubo? x. El cordón de un yoyó se enrolla en una pieza cilíndrica de 3 cm de diámetro. Si el largo del cordón es 1 m, ¿cuántas vueltas da el cordón en la pieza? y. El juguete que aparece en la imagen se llama

Slinky. Está fabricado con un alambre que se enrolla en circunferencias, todas de la misma longitud. ¿Cuántos metros de alambre se necesitan para que el juguete tenga 100 vueltas de diámetro 10 cm?



z. Un árbol de Navidad de un centro comercial está rodeado por una reja en forma de circunferencia a una distancia de 1 m. Si se desea colocar una guirnalda por todo el contorno de la reja, ¿cuántos metros se necesitarán si la base del árbol tiene un diámetro que mide 30 m?

R:____

Estimar el área de un círculo.

¿Cómo estimar el área de un círculo?

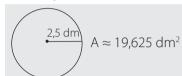
Para calcular el área de un círculo, se multiplica el número π por el cuadrado del radio de la circunferencia:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula el área (A) de los siguientes círculos de centro O. Utiliza la aproximación $\pi \approx$ 3,14.



a.

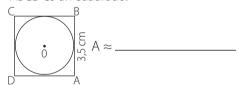


A ≈ _____

b. $\widehat{BA} = 66.9 \text{ cm}$



c. ABCD es un cuadrado.

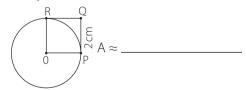


d.

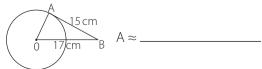


A ≈ _____

e. OPQR es un cuadrado.



f. \overline{AB} es tangente a \overline{OA} .



Aplica

2. Resuelve los siguientes problemas. Utiliza $\pi \approx$ 3,14.

a.	¿Cuál es el área de un círculo cuyo radio mide
	5 cm?

R:_____

b.	¿Cuál es el área de un círculo cuyo diámetro mide
	12 cm?

R:

R:____

R: _____

e. Si el área de un círculo es
$$4\pi$$
 cm², ¿cuánto mide su diámetro?

R:_____

R:

R:____

R∙

R:

j. Dos círculos de igual medida están inscritos en un rectángulo de ancho 7,5 cm y largo 15 cm. ¿Cuál es el área de cada círculo? Aproxima a 2 decimales.

R:_____

R:_

I. El perímetro de un cuadrado es 16 cm. ¿Cuál es el área del círculo inscrito?

R٠

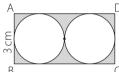
m. Si el perímetro de una circunferencia es 10 π cm, ;cuál es el área de su semicírculo?

R:

n. Si el área de un círculo es 78,5 cm², ¿cuál es el área de un círculo cuyo radio es la mitad que el del primer círculo?

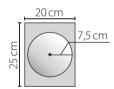
R: _____

ñ. El rectángulo ABCD tiene perímetro igual a 18 cm. ¿Cuál es el área de la parte pintada?



R:

o. Un artesano ha colocado un espejo de forma circular dentro de un marco rectangular de madera. ¿Cuál es el área del marco que soporta el espejo?



R: __

p. Un botón tiene 1,5 cm de radio y se quiere cubrir con escarcha, ¿cuántos gramos de escarcha se necesitan si un gramo cubre 1 cm² de botón?

R٠

q. Un reloj de 18 cm de radio se pondrá en una pared. ¿Qué área de la pared quedará cubierta por el reloj?

R٠

r. Felipe construyó un blanco de tiro, como el que muestra la figura. Si el círculo más pequeño tiene un radio que mide 10 cm y las franjas tienen un grosor de 5 cm cada una, ¿cuál es el área del blanco completo?



R: _____

s. El diámetro de un CD mide aproximadamente 12 cm. Si el radio del círculo concéntrico que es de plástico mide 3 cm, ¿cuál es el área disponible para grabar que posee el CD?



R:

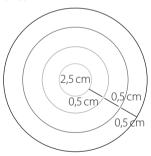
t. Se utiliza una plancha de cobre para fabricar medallas. Si la plancha es cuadrada de 1 metro de ancho, ¿cuántas medallas se pueden obtener cuyo diámetro sea de 5 cm? ¿Cuánto metros cuadrados de cobre sobran?

R:___

u. Carla preparó un pastel de diámetro 30 cm y altura 10 cm. Fabricará la caja para el pastel con una cartulina cuadrada de 1 m de largo. Si no considera la tapa, ¿qué forma tendrá la caja? ¿Cuánta cartulina utilizará si debe considerar 1 cm entre el pastel y las paredes de la caja?

R٠

v. Carolina fabrica cintillos que llevan una flor formada por 4 círculos concéntricos de seda. El más pequeño tiene un diámetro que mide 2,5 cm y la distancia entre cada círculo es de 0,5 cm. Si tiene una pieza de género de 1 m largo por medio metro de ancho, ¿cuántos cintillos podrá fabricar?



R: _

w. Si se duplica la medida del radio de una circunferencia, ¿qué sucede con su área?

R:

x. Si se duplica la medida del diámetro de una circunferencia, ¿qué sucede con su área?

R:

y. Hay dos círculos concéntricos. El más pequeño tiene un radio que mide la mitad que el radio del círculo mayor. ¿Cuántas veces es mayor el área del círculo más grande con respecto al más pequeño?

¿Cómo voy?

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lecciones 28 y 29

Un segmento que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella, corresponde a un radio.

Un segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro, corresponde a un diámetro.

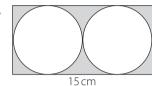
Un diámetro mide el doble de un radio.

1 Calcula lo pedido en cada caso.

6cm

El radio del círculo mide: _____

b.



El radio de cada círculo mide: _____

c.



El círculo de centro O tiene radio 8 cm. El radio del círculo de centro O mide:

Para calcular el perímetro de una circunferencia se multiplica π por el

 $P = \pi \cdot d = 2 \pi r$

Para calcular el área de un círculo, se multiplica π por el cuadrado del radio de la circunferencia:

diámetro o por el doble del radio:

 $A = \pi \cdot r^2$

Lecciones 30 y 31

2 Calcula el perímetro y el área de las regiones sombreadas.

a. Círculo de centro O inscrito en el cuadrado DBAC

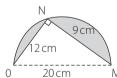
Perímetro:



Área:

b. MO semicircunferencia.

Perímetro:



Área:

c.

Perímetro:



Área:

Desafíos de integración

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Dos circunferencias tangentes interiormente tienen radios de 5 cm y 3 cm. ¿Cuál es la distancia que separa sus centros?

R:_

b. Dos circunferencias tangentes exteriormente tienen diámetros de medida 8 cm y 12 cm. ¿Cuál es la distancia que separa sus centros?

R:

c. Una circunferencia de radio 6 cm es secante a una de radio de 15 cm, de tal forma que la circunferencia de mayor tamaño contiene el centro de la más pequeña. ¿Cuál es la longitud del segmento que une sus centros?

R:

d. Dos circunferencias exteriores tienen diámetros de 9 cm y 4 cm, de tal forma que sus centros están a 16 cm. ¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia tangente a ambas de menor perímetro?

R:

e. Jaime hizo los siguientes cálculos, ¿qué error cometió?



$$L = 6.4 \text{ m}$$

 $A = 14.44 \text{ m}^2$

R: __

f. El segmento \overline{AB} mide 24 cm, ¿cuál es el perímetro y el área de cada círculo interior?



R: .

• ¿Cuál es el área y el perímetro del círculo mayor de la figura anterior?

R:.

g. ¿Cuál es el área y el perímetro de la parte sombreada de la figura anterior?

R٠

h. Dos círculos tangentes tienen el mismo radio de medida 3 cm, ¿cuál es el perímetro y el área de la figura que forman ambos círculos?

R:

i. La figura a continuación muestra dos círculos concéntricos de centro O. ¿Cuál es el área y el perímetro de la circunferencia mayor?



R:_____

• De acuerdo a la figura anterior, ¿cuál es el área y el perímetro del círculo menor?

R:

• ¿Cuál es el área y el perímetro de la parte sombreada de la figura del ejercicio i?

R:

j. ¿Cuál es el área y el perímetro de la figura si los arcos son cuartos de circunferencia?



R: .

k. Una medalla tiene el símbolo del yin yang, como se muestra a continuación. ¿Cuál es el área y el perímetro de la parte de color negro?



R٠

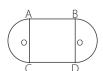
• ¿El área de la parte de color blanco es igual a la de la parte de color negro? ¿Por qué? ¿Qué pasa con el perímetro de ambas partes?

R:

• ¿Cuál es el área total de la medalla anterior? ¿Y el perímetro?

D.

I. La figura ABCD es un cuadrado de lado 9 cm y o es el centro de las semicircunferencias. ¿Cuál es el perímetro y el área de la figura?



R: .

Resolución de problemas

Estrategia: Usar razonamiento lógico

Para resolver problemas, se pueden buscar relaciones entre sus variables a través de párrafos para encontrar su solución. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



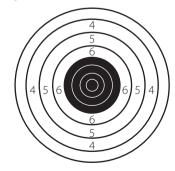
Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. Claudia tiene una florería y está creando una corona de flores con círculos concéntricos. El más pequeño será de flores blancas y el anillo que lo rodeará será de flores amarillas. Si la corona completa no puede superar un diámetro de medio metro y la medida del radio del círculo mayor debe ser el triple de la medida del radio del círculo de flores blancas, ¿cuál es el área que se cubrirá con flores amarillas?



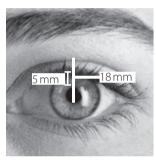
R:

b. Un tiro al blanco está compuesto por 8 círculos concéntricos. La circunferencia menor tiene un diámetro de medida 20 cm y la distancia que hay entre una circunferencia y otra también es de 10 cm. ¿Cuál es el área del tiro al blanco?



R:

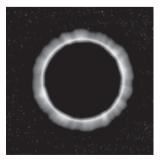
c. La pupila es aquel círculo pequeño de color oscuro que está en el centro del ojo y el iris es el anillo que rodea a la pupila cuyo color varía. El iris tiene un diámetro de aproximadamente 18 mm y la pupila tiene un diámetro de 5 mm.



 Cuando la pupila está expuesta a la luz se dilata y crece hasta alcanzar un diámetro de 8 mm. Mi mamá tiene el iris de color verde. ¿Cuál es el área del iris del ojo de mi mamá? ¿En cuánto varía esta área cuando la pupila se dilata?

R:__

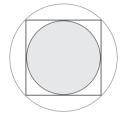
d. El radio del Sol mide 695 800 km aproximadamente y el diámetro de la Luna mide 3474 km. Cuando se produce un eclipse lunar la Luna no logra tapar completamente al Sol, por lo que queda un anillo luminoso alrededor de ella. ¿Cuál es el área de este anillo luminoso considerando el Sol y la Luna figuras planas con las medidas anteriormente dichas?



K:

Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a. Un artesano está diseñando un plato como muestra la imagen. El lado de la franja cuadrada mide 15 cm. Si la distancia que hay entre el lado de la franja cuadrada y la orilla del plato mide 5 cm. ¿Cuál es el área total del plato?



• El área que está entre el círculo menor y el cuadrado se pintará de negro, ¿cuántos centímetros cuadrados se pintarán de negro?

 La orilla del plato anterior (superficie que está entre el cuadrado y el área del círculo mayor) se pintará de color caoba. ¿Cuántos centímetros cuadrados se pintarán?

R·			

b. Una llanta es la pieza metálica donde se ensambla el neumático. Si una rueda de automóvil tiene un diámetro de 52 cm y el grosor del neumático es de 18 cm, ; cuál es el área de la llanta?

ı.	Į٠	
- 1	١.	

• Si el neumático anterior recorre 1 km, ¿cuántas vueltas da?

г			
H	≺	۰	

c. Un espejo circular tiene un marco también circular. Si el diámetro del espejo mide 40 cm y el marco debe tener una distancia de 15 cm por alrededor del espejo, ¿cuál debe ser el área del marco completo? Si se le pondrá una cinta en la orilla del marco, ¿cuántos centímetros de cinta se necesitarán?



D.	
n.	_



a. Una rueda tiene un radio que mide 20 cm.

Pregunta:		
Rachilacta.		

b. Un plato redondo tiene un diámetro de 25 cm.

Pregunta: _		
Respuesta:		

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

- 1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?
- 2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.
- 3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

Construir rectas perpendiculares y paralelas.

¿Cómo construir rectas perpendiculares y paralelas?

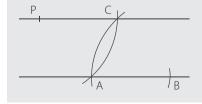
Puedes **construir manualmente rectas perpendiculares y paralelas** a una recta dada usando regla, compás y escuadra.

Practiquemos lo aprendido

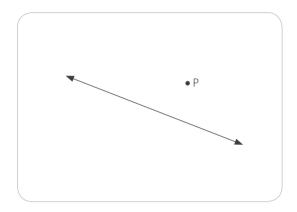
Práctica guiada

- 1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.
 - V Si dos rectas son paralelas entonces no pueden ser perpendiculares.
 - a. _____ El ángulo que se forma al intersecar dos rectas perpendiculares mide 90°.
 - b. _____ Dos circunferencias siempre se intersecan en dos puntos y forman una recta perpendicular al radio.
 - En todos los cuadriláteros los lados opuestos son paralelos.
 - d. _____ Dos rectas paralelas no coincidentes no tienen ningún punto en común.
 - e. _____ Dos ángulos rectos son congruentes.
 - f. _____Todos los rombos tienen sus diagonales perpendiculares.
 - g. _____ Si l₁ es una recta perpendicular a l₂, y l₂ es perpendicular a una recta l₃; entonces, l₁ es paralela a l₃.
- **2.** Realiza las siguientes construcciones utilizando regla y compás.

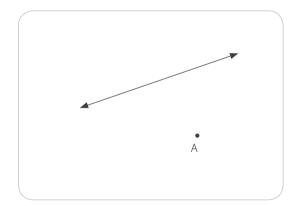
Una recta paralela a la recta dada, que pase por el punto P.



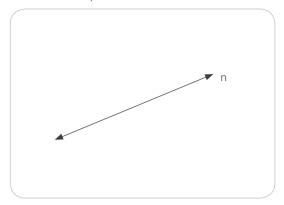
a. Una recta paralela a la recta dada, que pase por el punto P.



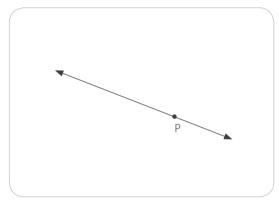
b. Una recta paralela a la recta dada, que pase por el punto A.



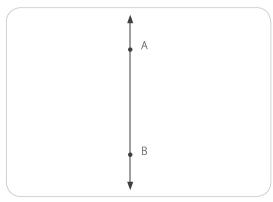
c. Dos rectas paralelas a la recta n.



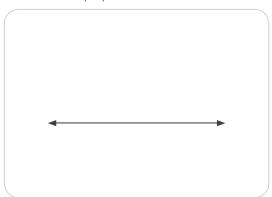
d. Una recta perpendicular a la recta dada, que pase por el punto P.



e. Una recta perpendicular a la recta dada.

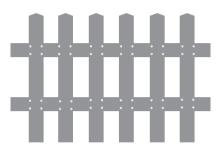


f. Dos rectas perpendiculares a la recta dada.



3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Don Manuel está construyendo una reja con listones de madera dispuestos en forma paralela, como muestra la imagen. Para reforzar la estructura atravesará dos listones perpendiculares a los listones paralelos. ¿Qué procedimiento debería seguir don Manuel para que los listones queden paralelos y los otros perpendiculares a estos? Explica el procedimiento.



R٠

b. Marcela está construyendo un marco con palos de maqueta. En cada esquina los listones deben ser perpendiculares y los listones que quedan enfrentados deben ser paralelos. ¿Cómo puede Marcela asegurarse que el marco está quedando como lo descrito? Explica tu procedimiento.

R: _____

c. Si tienes dos fierros que soportan una estructura y deben estar paralelos, ¿cómo puedes verificar que lo estén? Explica tu procedimiento.

к	۰

d. Si una recta interseca a dos rectas paralelas y es perpendicular a una de ellas, ¿también será perpendicular a la otra? Justifica tu respuesta.

e. ¿Es posible que dos rectas que no se intersecan no sean paralelas? De ser así da un ejemplo. De no ser así, explica por qué.

|--|

Construir bisectrices y alturas.

¿Cómo construir bisectrices y alturas?

Las **bisectrices** de un triángulo son las rectas que dividen sus ángulos interiores en dos ángulos congruentes (de igual medida). Estas se intersecan en un punto llamado incentro (I), que corresponde al centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

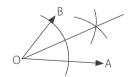
Las **alturas** de un triángulo son los segmentos que unen perpendicularmente un vértice con su lado opuesto o la prolongación de este. Las alturas o sus prolongaciones se intersecan en un punto llamado ortocentro, H.

Para **construir manualmente bisectrices y alturas**, puedes usar regla y compás.

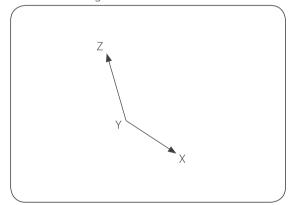
Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

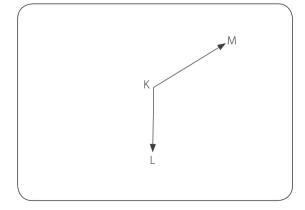
- 1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.
 - V Las bisectrices son rectas que dividen un ángulo en dos ángulos congruentes.
 - La altura de un lado pasa por su punto medio.
 - b. _____ Si un triángulo es obtusángulo dos de sus alturas son exteriores al triángulo.
 - c. _____ La altura correspondiente a un lado siempre es mayor que la transversal de gravedad de ese mismo lado.
 - d. _____ El ortocentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.
 - e. La bisectriz de un ángulo divide al ángulo en la razón 1 : 2.
 - f. Las bisectrices de un triángulo se intersecan en un punto llamado circuncentro.
 - g. Las bisectrices de un triángulo siempre pasan por el interior de este.
- 2. Utiliza regla y compás para construir las bisectrices.



Bisectriz del ángulo AOB. a. Bisectriz del ángulo XYZ.



b. Bisectriz del ángulo LKM.



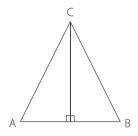
Aplica

3. Utiliza regla y compás para construir las bisectrices de los ángulos interiores del triángulos.

a. T

4. Construye las alturas de cada triángulo en tu cuaderno.

a.

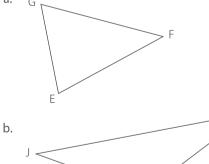


b.



5. Utiliza regla y compás para construir el incentro de los siguientes triángulos en tu cuaderno.

a.



- 6. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. \overline{AB} es el lado de un triángulo y l es su incentro, ¿cómo se podría construir el triángulo? Explica el procedimiento y hazlo en tu cuaderno.

Н

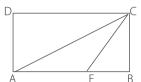


R:

b. Felipe trazó las alturas de un triángulo rectángulo. ¿Qué sucede con las alturas de los lados menores?

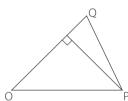
R: _

c. En el rectángulo ABCD, AC es bisectriz del ángulo ECD y CE es bisectriz del ángulo ACB. ¿Cuál es la medida del ángulo EAC?



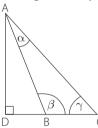
R:

d. En el triángulo OPQ se traza la altura desde P, la que divide al ángulo QPO en dos ángulos, uno de 30° y el otro de 45°. ¿Cuál es la medida de los otros dos ángulos del triángulo?



R:_

e. En el triángulo ABC se traza la altura desde A. El ángulo exterior a B mide 60° y $\gamma = 2a$. ¿Cuál es la medida de los ángulos a, b, y?



R:

- f. Camilo pidió a Sofía realizar los siguientes pasos.
 - Traza una circunferencia y dos diámetros mutuamente perpendiculares.
 - Traza la bisectriz de cada uno de los ángulos que forman los diámetros perpendiculares.
 - Marca los puntos de intersección de la bisectriz con la circunferencia. Une los puntos. ¿Qué figura obtuvo Sofía?
 - Traza la bisectriz de los ángulos obtenidos en el paso anterior. Marca los puntos de corte con la circunferencia y únelos. ¿Qué figura obtuvo Sofía ahora?

L	,	٠	
Г	١	٠	

Construir transversales de gravedad y simetrales de un triángulo.

¿Cómo construir transversales de gravedad y simetrales?

La **transversal de gravedad** es un segmento que pasa por un vértice y el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.

Todo triángulo tiene tres transversales que se intersecan en un punto llamado baricentro o centro de gravedad.

La **simetral** es una recta perpendicular a cada uno de los lados del triángulo en su punto medio.

Todo triángulo tiene tres **simetrales** que se intersecan en un punto llamado **circuncentro** que se encuentra a igual distancia de los tres vértices.

Para **construir manualmente transversal de gravedad y simetrales**, puedes usar regla y compás.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

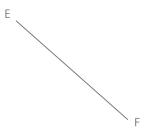
- 1. Utiliza regla y compás para construir la simetral de los siguientes segmentos.
 - a. Simetral del segmento CD.



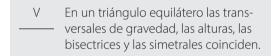
b. Simetral del segmento AB.



c. Simetral del segmento EF.



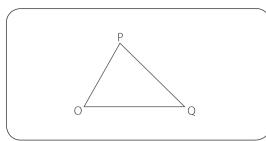
2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.



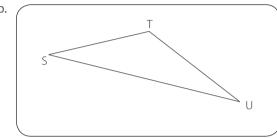
- a. _____ En un triángulo rectángulo dos transversales de gravedad coinciden con los lados del triángulo.
- b. _____ Una transversal de gravedad divide un triángulo en dos triángulos de igual área.
- En un triángulo rectángulo la transversal de gravedad de la hipotenusa es la mitad de esta.
- d. _____ Si un triángulo es obtusángulo dos de sus simetrales son exteriores al triángulo.
- e. _____ La simetral correspondiente a un lado siempre es paralelo a él.

Aplica

3. Utiliza regla y compás para construir las simetrales de los lados de los siguientes triángulos.

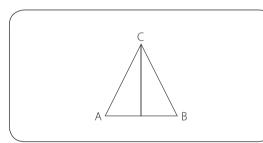


b.

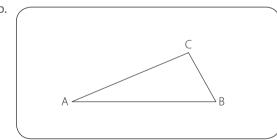


4. Construye las transversales de gravedad de cada triángulo.

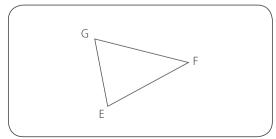
a.



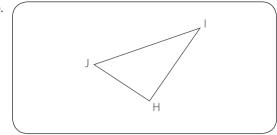
b.



5. Utiliza regla y compás para construir el circuncentro de los siguientes triángulos.

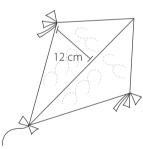


b.



- 6. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Mariana tiene un arco cuya cuerda tiene 82 cm de largo. Ella desea colocar la flecha de modo que forme una simetral con respecto a la cuerda. ¿Qué procedimiento debe seguir para lograrlo? ¿A qué distancia de los extremos del arco quedará la flecha?

b. Pablo tiene una cometa y se le ha salido el listón que interseca al que quedó puesto en ella, como muestra la imagen. Él decidió reemplazarlo pero no sabe cómo colocarlo. Si sabe que el listón que está en el volantín debe ser simetral del que él está colocando, ¿cuántos centímetros debe medir el nuevo listón?



c. Si una simetral divide en dos segmentos congruentes a otro que mide 15 cm, ¿cuánto mide cada segmento?

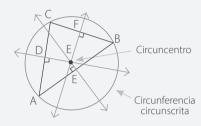
d. En un triángulo, el segmento que une un vértice con el centro de gravedad mide 17 cm, ¿cuánto mide el segmento que va del centro de gravedad al punto medio del lado opuesto al vértice anterior?

п	
к	•

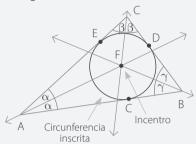
Construir circunferencias circunscritas e inscritas.

¿Cómo construir una circunferencia circunscrita y una inscrita?

 El centro de la circunferencia circunscrita a un triángulo es el circuncentro, punto de intersección de las simetrales. Este punto está a igual distancia de cada vértice del triángulo.



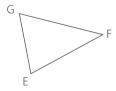
 El centro de la circunferencia inscrita a un triángulo es el incentro, punto de intersección de las bisectrices. Este punto está a igual distancia de cada lado del triángulo.



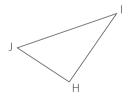
Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

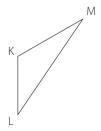
- 1. Copia los triángulos en tu cuaderno y con regla y compás realiza las siguientes construcciones.
 - a. La circunferencia inscrita al triángulo EFG.



b. La circunferencia inscrita al triángulo HIJ.



c. La circunferencia circunscrita al triángulo KLM.



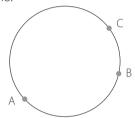
d. Un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 2 cm.

- **2.** Construye, en tu cuaderno, un triángulo equilátero inscrito en la circunferencia siguiendo los pasos.
 - a. Construye una circunferencia con centro O y traza el radio OQ.
 - b. Traza un ángulo con lado OQ que mida 60°. La intersección del otro lado con la circunferencia llámala T.
 - c. Traza la cuerda QT y traslada la medida en la circunferencia.
 - d. Traza el triángulo equilátero.
- **3.** Los polígonos regulares se pueden construir a partir de una circunferencia. Sigue los siguientes pasos para construir un hexágono regular.
 - a. Traza una circunferencia con cualquier radio.
 - b. Traza un ángulo θ con vértice en el centro de la circunferencia y lado inicial igual a un radio. Como en este caso queremos construir un hexágono para calcular θ debemos dividir 360° en el número de lados del polígono regular que queremos construir, en este caso: 360° \div 6= 60.
 - c. Traza un segmento que una los extremos de los lados del ángulo θ .
 - d. Mide con el compás el segmento anterior y traslada la medida en la circunferencia para formar el polígono regular quedando, en este caso, un hexágono regular.

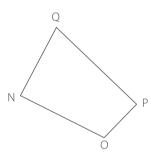
- f. Un pentágono regular inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 2,5 cm.
- g. Un heptágono regular inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 3 cm.
- h. Un octágono regular inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio.
- i. Un decágono regular inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 5 cm.

4. Resuelve los siguientes problemas.

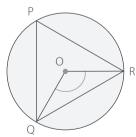
a. ¿Cómo podrías determinar el centro de la circunferencia que contiene los puntos A, B y C? Explica tu procedimiento y hazlo en tu cuaderno.



b. ¿Es posible construir la circunferencia circunscrita al cuadrilátero NOPQ? ¿Por qué?



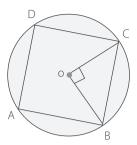
c. ¿Cuánto mide el ángulo QOR si el triángulo QRP está inscrito en la circunferencia de centro O?



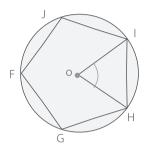
d. Si se inscribe un triángulo rectángulo en una circunferencia, ¿qué relación hay entre el diámetro y el lado mayor del triángulo?



e. ¿Cuánto mide el ángulo BOC si el cuadrado ABCD está inscrito en la circunferencia?



f. ¿Cuánto mide el ángulo HOI si el pentágono regular FGHIJ está inscrito en la circunferencia?



g. Néstor debe elaborar una estrella como la de la figura. ¿Cuál es el proceso que debe seguir para construir la estrella?



h. A partir de un polígono inscrito en una circunferencia, es posible construir otro polígono con el doble del número de lados, hallando los puntos medios de los lados del polígono inscrito. Observa el dibujo y en tu cuaderno traza un hexágono a partir de un triángulo equilátero.



i. A partir de lo anterior, en tu cuaderno, traza un octágono a partir de un cuadrado inscrito en una circunferencia.

Construir triángulos congruentes.

¿Cómo construir triángulos congruentes?

Tres números a, b y c pueden ser los lados de un triángulo si la suma de dos lados es siempre mayor que el tercer lado. Esta propiedad se denomina **desigualdad triangular**.

$$a+b>c$$
 $a+c>b$ $b+c>a$

Para **construir un triángulo** no es necesario conocer todos sus elementos (tres lados y tres ángulos). Sin embargo, tampoco basta con uno o dos elementos. Las combinaciones de tres elementos que permiten construir un triángulo son:

- Tres lados del triángulo (LLL).
- Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (LAL).
- Dos ángulos y el lado comprendido entre ellos (ALA).

Practiquemos lo aprendido

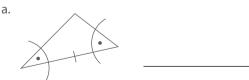
Práctica guiada

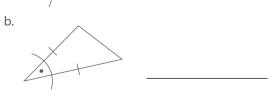
1. Evalúa si es posible construir un triángulo con las siguientes longitudes de los lados. Para ello, escribe Sí o No, según corresponda.

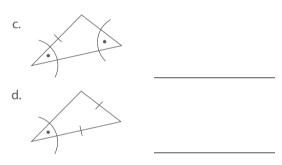
17 m, 13 m, 21 m. Sí. 13 + 17 = 30 > 21

- a. 18 m, 6 m, 14 m.
- **b.** 25 cm, 17 cm, 15 cm.
- c. 5 cm, 3 cm, 2 cm.
- **d.** 10 mm, 11 mm, 12 mm.
- e. 7 km, 13 km, 21 km.
- **2.** Determina si conociendo los elementos marcados, podrías construir el triángulo completo.









3. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

___V __ En un triángulo equilátero las transversales de gravedad, las alturas, las bisectrices y las simetrales coinciden.

- a. _____ Se puede construir un triángulo conociendo las medidas de dos lados y del ángulo comprendido entre ellos.
- b. _____ Una transversal de gravedad divide un triángulo en dos triángulos de igual área.
- c. _____ Siempre es posible construir un triángulo si se conoce la medida de dos ángulos y un lado.
- d. _____ Siempre es posible construir un triángulo si se conoce la medida de sus tres ángulos.
- e. _____ Un triángulo acutángulo tiene un lado de 90°.
- f. _____ Un triángulo equilátero es acutángulo.
- g. ____ Un triángulo isósceles es acutángulo.

- **4.** Construye triángulos equiláteros siguiendo los pasos que se muestran a continuación.
 - a. Dibuja un segmento AB y toma su medida con el compás.
 - b. Sin cambiar la abertura del compás traza un arco con centro en A
 - c. Manteniendo la abertura del compás traza un arco con centro en B que interseque al anterior. Al punto de intersección nómbralo C.
 - **d.** Une los puntos ABC formando un triángulo equilátero.
 - e. Si quisiera construir un triángulo equilátero de lado 5 cm, ¿qué paso de los anteriores debieras modificar?

- **5.** Construye triángulos isósceles siguiendo los pasos que se muestran a continuación.
 - a. Dibuja un segmento AB y toma su medida con el compás.
 - b. Con una abertura mayor del compás con respecto a la medida de AB traza un arco con centro en A.
 - c. Manteniendo la abertura anterior del compás traza un arco con centro en B que interseque al anterior. Al punto de intersección nómbralo C.
 - d. Une los puntos ABC formando un triángulo equilátero.
 - e. Si quisiera construir un triángulo isósceles de base 7 cm, ¿qué paso de los anteriores debieras modificar?

R٠		
ĸ.		

f. Si quisiera construir un triángulo isósceles cuyos lados iguales midan 6 cm, ¿qué paso de los anteriores debieras modificar?

Π,

- **6.** Construye triángulos isósceles siguiendo los pasos que se muestran a continuación.
 - a. Un triángulo con las siguientes medidas.

	5						
X			5 (cm			Υ
	2.						
Υ	3 (m			Z		
Z		4	cm			Χ	

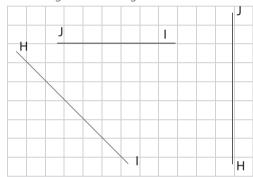
b. Un triángulo isósceles cuya base sea:



c. Un triángulo con las siguientes medidas.

В-		6 cm		—с
C-	2,5 cm	_D		
D-		5 cm	В	

d. Un triángulo con las siguientes medidas.



- e. Un triángulo obtusángulo isósceles.
- f. Dos triángulos equiláteros de lado 3 cm.
- g. Dos triángulos congruentes cuyos lados midan 2 cm, 3 cm y 4 cm.
- h. Dos triángulos congruentes cuyos lados midan 4 cm y 5 cm y la medida del ángulo comprendido entre ellos sea 40°.
- i. Dos triángulos congruentes con dos ángulos de 60° y 80° y la longitud del lado comprendido entre ellos de 5 cm.
- j. Un triángulo isósceles ABC de lados CA y BC de longitud 2 cm y ángulo ACB de medida 90°.
- k. Un triángulo isósceles XYZ. La longitud de la base XZ es 4 cm y la medida del ángulo YXZ es 30°.
- I. Construye un triángulo ABC. Luego cópialo sobre una semirrecta, de modo que AB este sobre ella. ¿Qué procedimiento seguiste? Explícalo.

v	٠	
п		

m. ¿Es posible construir un triángulo que sea equilátero y rectángulo a la vez? ¿Por qué?

R:	
	Π

1.

2.

Construir cuadriláteros congruentes.

¿Cómo construir cuadriláteros congruentes?

Existen variadas formas de **construir cuadriláteros congruentes**. Dependiendo del tipo de cuadrilátero, es el procedimiento que se utilizará para construirlos.

Practiquemos lo aprendido

V Un cuadrado tiene sus lados per- pendiculares y sus opuestos son paralelos.	
Si se inscribe un cuadrilátero en un círculo, este necesariamente será un cuadrado.	A
En todos los cuadriláteros los lados opuestos son paralelos.	
Con cualquier ángulo menor que 180º se puede construir un paralelogramo que lo tenga como ángulo interior.	Aplica
Todos los rombos tienen sus diagonales	4. Construye utilizando regla y compás.
perpendiculares.	a. Un cuadrado de lado 3 cm.
gue detenidamente los pasos indicados para cons- uir con regla y compás un cuadrado cuya diagonal a el segmento AC dado.	
Con centro en A y radio AC, traza una circunferencia.	
Con centro en C y radio CA, traza una circunferencia.	
Une los puntos P y Q de intersección de ambas circunferencias. La intersección con AC se llamará E.	
Con centro en E y radio EA, traza una circunferencia, que cortará a PQ en B y D.	b. Un rectángulo de lados 3 cm y 4 cm.
Une los puntos ABCD.	
cuadrilátero ABCD es un cuadrado.	

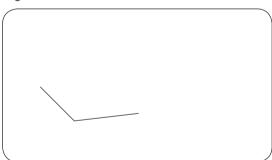
c.	Un rombo de lado 2 cm y uno de sus ángulos
	interiores igual a 45.

4	<i>(</i>	١
I		١
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
ı		н
1		П
ı		н
1		П
١		1
1		/

d. Un rectángulo de lado 1 cm y 5 cm.



5. Construye con regla y compás un paralelogramo que tenga al ángulo de la figura como uno de sus ángulos interiores.



6. Resuelve los siguientes problemas.

a. Dibuja un hexágono regular y construye un cuadrado en cada uno de sus lados. En cada vértice del hexágono construye un triángulo cuyos lados coincidan con dos de los lados del cuadrado. ¿Qué figura se forma? ¿Es un polígono regular?

R: ___

b. Dibuja un mosaico con cuadrados y triángulos equiláteros. ¿Qué condiciones deben cumplir las figuras para que cubran el plano?

R٠

C.	Jaime construyó un rombo y siguió los mismos
	pasos que le permitieron construir un cuadrado,
	por lo tanto Jaime afirma que un cuadrado tam-
	bién es un rombo. ¿Está en lo correcto?

R:

d. Esteban dice que el cuadrado es un rombo y un rectángulo a la vez. ¿Está en lo correcto Esteban? ¿Por qué? Constrúyelo y justifica tu respuesta.

R:_

e. ¿Es posible construir un rombo que sea un rectángulo a la vez? ¿Por qué?

R:

f. ¿Es posible circunscribir un rectángulo en una circunferencia? ¿Qué condiciones deben cumplir los lados opuestos del cuadrilátero para poder hacerlo?

R: ___

g. ¿Es posible inscribir un rectángulo en una circunferencia? ¿Qué condiciones deben cumplir los ángulos opuestos del cuadrilátero para poder hacerlo?

R: __

h. Dibuja un cuadrilátero cualquiera. Une los puntos medidos del cuadrilátero. ¿Qué cuadrilátero se formó? ¿Por qué crees que sucede esto?

R٠

i. Inscribe un cuadrado en una circunferencia. Traza las simetrales de los lados del cuadrado, al intersecar a la circunferencia se obtienen 4 puntos más. Si se unen estos puntos con el contiguo incluyendo los vértices del cuadrado, ¿qué polígono se forma?

R: ___

j. ¿De qué cuadriláteros las diagonales son bisectrices? ¿Por qué son bisectrices? Justifica.

R:

k. ¿Por qué las diagonales de un cuadrado son simetrales entre ellas? ¿En qué otro cuadrilátero ocurre esto?

R:

I. Claudia dice que para construir un trapecio escaleno es necesario conocer la medida de sus cuatro lados, en cambio Pedro dice que basta con conocer 3 lados y la altura. ¿Quién tiene la razón y por qué?

D	٠	
n	٠	ı

¿Cómo voy?

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lecciones 32, 33, 34 y 35

Ángulo

Rectas

perpendiculares

1

Las bisectrices de un triángulo son las rectas que dividen sus ángulos interiores en dos ángulos congruentes (de igual medida). Estas se intersecan en un punto llamado incentro (I), que corresponde al centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

Las alturas de un triángulo son los segmentos que unen perpendicularmente un vértice con su lado opuesto o la prolongación de este. Las alturas o sus prolongaciones se intersecan en un punto llamado ortocentro, H.

La transversal de gravedad es un segmento que pasa por un vértice y el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.

Todo triángulo tiene tres transversales que se intersecan en un punto llamado baricentro o centro de gravedad.

La simetral es una recta perpendicular a cada uno de los lados del triángulo en sus puntos medios.

Todo triángulo tiene tres simetrales que se intersecan en un punto llamado circuncentro que se encuentra a igual distancia de los tres vértices.

Une los elementos de A con su definición en B.				
А	В			
• Bisectriz	Polígono de cuatro lados.			
• Rectas paralelas no coincidentes	Punto de intersección de las bisectrices.			
• Circuncentro	Perpendicular a un segmento que pasa por su punto medio.			
• Simetral	Divide a un ángulo en dos ángulos de igual medida.			
• Incentro	Región formada por dos rayos que tienen el mismo origen.			
• Triángulo	Centro de la circunferencia circunscrita y punto de intersección de las simetrales.			
• Altura	Segmento que une el vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto.			
• Cuadrilátero	Punto de intersección de las alturas de un triángulo.			
• Baricentro	Polígono de tres lados.			
• Transversal de gravedad	Segmento perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.			
• Ortocentro	Rectas que se cruzan formando un ángulo recto.			

recto.

punto.

de gravedad.

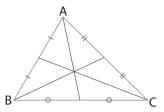
Punto de intersección de las transversales

Rectas que no se intersecan en ningún

Desafíos de integración

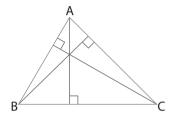
1. Identifica para cada triángulo qué elementos se han trazado: bisectrices, simetrales, alturas o transversales de gravedad.

a.



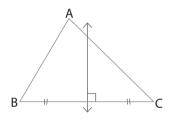
R: _

b.



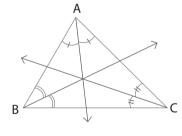
R·

c.



R٠

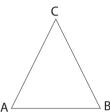
d.



R: __

- 2. Construye en tu cuaderno, utilizando regla y compás, los siguientes polígonos.
 - a. Un triángulo con lados de 1,8 cm; 2,6 cm y 3,8 cm.
 - b. Un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm.
 - c. Un triángulo isósceles, cuyo ángulo opuesto a la base mida 45º.
 - d. Un triángulo con lados de 3 cm, 2 cm y ángulo comprendido de medida 40°.

- e. Un triángulo con ángulos interiores de 15°, 85° y lado comprendido de 3 cm.
- f. Un triángulo isósceles con base de longitud 5 cm y cuya altura respecto a la base mida 1 cm.
- g. Una circunferencia inscrita en un triángulo equilátero de lado 6 cm.
- h. Un cuadrado de lado 5 cm.
- i. Un rectángulo de lados 9 cm y 15 cm.
- j. Un rombo de lado 4 cm.
- k. Un paralelogramo de altura 4 cm y base 6 cm.
- **3.** Construye en el mismo dibujo las alturas y las transversales de gravedad del triángulo equilátero. Luego, responde.



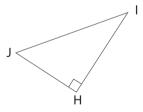
a. ¿Qué relación hay entre las alturas y las transversales de gravedad en el triángulo equilátero?

R٠

b. ¿Qué sucede con las simetrales y las bisectrices? Justifica.

R: _____

4. Construye en el mismo dibujo las alturas y las transversales de gravedad del triángulo rectángulo. Luego, responde.



a. ¿Qué sucede con las alturas correspondientes a los catetos del triángulo?

R:

b. Mide la longitud de la transversal de gravedad correspondiente a la hipotenusa. Mide la longitud de la hipotenusa. ¿Qué relación hay entre las dos magnitudes?

Resolución de problemas

Estrategia: Usar problemas más sencillos

En algunas situaciones, para resolver un problema se puede comenzar planteando uno de similares características pero más sencillo, para luego aplicar ese procedimiento para resolver el problema original. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



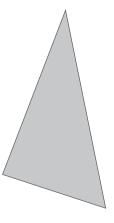
Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. El papá de Pablo está colocando un riego en su patio para el pasto. En una de las esquinas se colocará un tubo que equidiste de las murallas como muestra la figura. Si Pablo hará un dibujo de la situación para calcular dónde se deberá colocar el tubo, ¿qué recta debiera construir Pablo? ¿Qué procedimiento seguiría?



D.

b. Carlos coloca láminas polarizadas para vidrios. Le encargan colocar una en un vidrio de forma triangular, pero este tiene una franja que lo divide en dos triángulos de igual área. ¿Cómo podría Carlos dividir la lámina para que los triángulos tengan igual área? A continuación aparece la lámina del vidrio triangular a escala de la verdadera para que realices el procedimiento.



R: ____

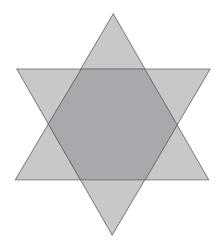
c. En una mesa con forma cuadrada se deja un florero. Si este debe estar a la misma distancia de las cuatro personas que se sientan a la mesa, ¿dónde debiera colocarse el florero? ¿Dónde debieran sentarse las personas? Escribe el procedimiento.

R:

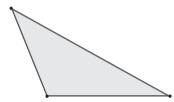
d. Esteban tiene un trozo de cartulina que le sobró de otro proyecto y tiene la forma de un cuadrilátero convexo cuyos lados opuestos no son paralelos ni congruentes. Él necesita recortar un cuadrado para hacer un cartel. ¿Cuál podría ser la estrategia de construcción de la figura? Descríbela.

R٠

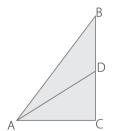
e. Elena está decorando su árbol de Navidad y desea colgar la estrella. Ella sabe que para que quede colgada correctamente debe colocar un hilo que pase por el centro de la estrella. ¿Cómo Elena podría estar segura de colocar el hilo en el centro de la estrella? Realiza el procedimiento en la siguiente estrella a escala de la original.



- Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.
 - a. Claudia es encargada de la publicidad de una empresa y le encomendaron la misión de corroborar que el área de una gigantografía de forma triangular sea la pedida por el cliente. El triángulo del cartel no es equilátero ni isósceles. Claudia decide trazar la altura de una de las bases para luego medirla. ¿Cómo lo puede hacer? A continuación se presenta un triángulo a escala del de Claudia para que realices el procedimiento y calcules el área suponiendo que está a una escala de 1:20, y cada cuadrado tiene 1 cm de lado.



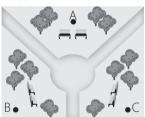
b. En el triángulo la medida de $\overline{AC} = 9$ cm y la medida de \overline{BC} = 12 cm. Si D es el punto medio del lado BC, ¿cómo podrías calcular el área del triángulo ADB?



c. En el Master de Remo de Valdivia el recorrido de una de las regatas tiene forma de triángulo obtusángulo con el ángulo obtuso en A. Las longitudes de los lados son, en millas marinas, $\overline{AB} = 1.5 \overline{AC} = 2 y \overline{BC} = 3$. Dibuja el triángulo resultante. En cada vértice está situada una boya y un juez guiere situarse en un bote a igual distancia de cada una. ¿En qué punto debe hacerlo y cuál será aproximadamente la distancia desde el bote a cada boya?



d. Alicia (A), Bernardo (B) y Camila (C) viven junto a una plaza. Determina en el plano que aparece a continuación el lugar en el que han de encontrarse para que recorran la misma distancia desde sus ubicaciones señalizadas con las iniciales de sus nombres.



- Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos con la estrategia y compártelos con tus compañeros y compañeras.
- a. El ortocentro de un triángulo cualquiera. Pregunta: Respuesta:

b.	El baricentro de un triángulo cualquiera.
	Pregunta:
	Resnuesta:

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

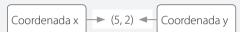
- 1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?
- 2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.
- 3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

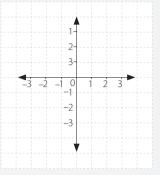
Identificar y ubicar puntos en el plano cartesiano.

¿Cómo ubicar puntos en el plano cartesiano?

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares llamadas ejes. El punto de intersección recibe el nombre de origen y se señala con la letra O.

Los puntos del plano cartesiano se representan mediante un **par ordenado** (**x**, **y**), donde **x** es la primera coordenada o **abscisa**, mientras que **y** es la segunda coordenada u ordenada.

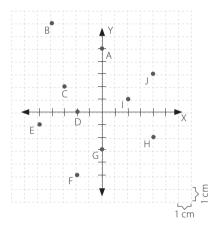




Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

 Identifica las coordenadas de los puntos dibujados en el plano cartesiano. Luego, ubica en el plano cartesiano, los puntos de la columna de la derecha.



Α	В	
A(0,5)	K (-1, -1)	
B (,)	L (5, -5)	
C (,)	M (5, 5)	
D (,)	N (-5, 5)	
E (,)	Ñ (-5, -5)	
F (,)	0 (0, 0)	
G (,)	P (-3, 4)	
H (,)	Q (-3, -4)	
l (,)	R (-4, 1)	
J (,)	S (4, 1)	

2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

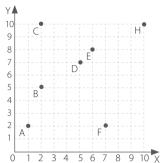
 El plano cartesiano está formado	
por dos ejes perpendiculares que se	
cortan en un punto.	

- a. _____ El eje horizontal del plano cartesiano es el eie Y.
- b. _____ Un par ordenado está formado por una coordenada de cada eje.
- c. _____ Al punto de intersección de los ejes del plano cartesiano se le llama origen.
- d. La coordenada x de un punto siempre es distinta a la coordenada y del punto.
- e. _____ El punto (0, -2) está sobre el eje Y.
- f. _____ El punto (3, 0) está sobre el eje X.
- g. _____ Las coordenadas del origen del plano cartesiano son (0, 0).
- h. _____ La distancia desde el punto A(3, 4) hasta el origen de coordenadas es 5.
- i. Los puntos A(-1, 2) y B(1, 2) son simétricos respecto del eje Y.
- j. Los puntos A(1, 2) y B(1, -2) son simétricos respecto del eje Y.
- k. Los puntos A(-1, 2) y B(1, -2) son simétricos respecto del origen de coordenadas.
- I. _____ No existen puntos con sus dos coordenadas negativas.

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Observa el plano cartesiano y responde.



• ¿Cuál es el punto más cercano al punto D?

• ¿Qué puntos tienen la misma coordenada x?

• ¿Qué puntos tienen la misma coordenada y?

• ¿Cuál es el punto más lejano al punto H?

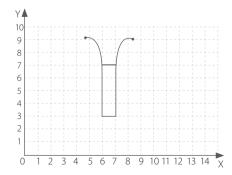
• ¿Qué punto tiene sus dos coordenadas iguales?

• ¿Qué punto se encuentra a la misma distancia

de los puntos C y H?

b. Marcela está haciendo un dibujo. Ayúdala ubicando los puntos en orden alfabético. ¿Qué dibujo estaba haciendo Marcela?

 $M(1, 1); N(6, 3); \tilde{N}(7, 3); O(12, 1); P(10, 5);$ Q(12, 9); R(7, 7); S(6, 7); T(1, 9); U(3, 5)



c. Un triángulo tiene sus vértices en los puntos A(-2, 6), B(4, 6) y C(0, 5). ; Cuál es su área?

d. Un rectángulo tiene sus vértices en los puntos X(0, 0), Y(4, 0), Z(4, 6) y W(0, 6). ; Cuál es su área?

e. Un polígono está formado por los vértices F(-1, -2), G(3, -2), H(3, 7), I(1, 3) y J(-1, 3). ; Cuál es su área?

R:

f. Dos de los vértices de un cuadrado son (4, 2) y (8, 2). ¿Cuáles pueden ser las coordenadas de los otros dos vértices?

R: ___

g. Dos de los vértices de un rectángulo son (1, 1) y (6, 1). Si uno de sus lados tiene longitud tres unidades, ¿cuáles son las coordenadas de los otros dos vértices?

h. ¿Cuáles son las coordenadas del punto D, para que ABCD sea un romboide, si se tiene que A(-1, 7), B(1, 4) y C(3, 7)?

i. Un círculo tiene centro en el punto (5, 5) y el punto (5, 0) pertenece a la circunferencia correspondiente. Con esta información, ¿podrías dibujar la circunferencia? ¿Existe una única posibilidad?

i. Dos vértices de un triángulo son R(5, 2) y S(5, 8). Determina las coordenadas de un vértice T, de manera que el área del triángulo RST sea de 24 unidades cuadradas. ¿Existe una única respuesta? Justifica.

R: _____

k. Los puntos A(3, 2), B(3, 7) y C(6, 2) son vértices de un paralelogramo. ¿Cuáles pueden ser las coordenadas del vértice D que falta?

R: _____

I. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos medios de los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} , con A(3, 5), B(9, 7), C(-4, 6) y D(0, -8)?

m. ¡Puedes determinar una fórmula para las coordenadas del punto medio de un segmento a partir de las coordenadas de sus extremos?

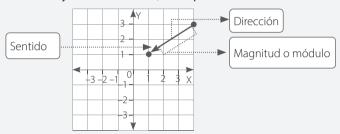
Desplazar objetos según un vector.

¿Cómo desplazar objetos por medio de vectores?

Un vector es un segmento de recta dirigido que tiene dirección, sentido, módulo o magnitud. Se denota \vec{v} .

Un vector permite realizar **traslaciones o desplazamientos** de objetos en el plano cartesiano. Todo vector tiene un punto inicial y un punto final.

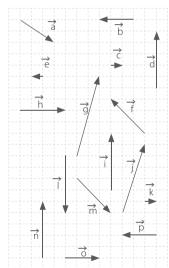
Un vector de desplazamiento se puede identificar con un par ordenado entendiendo que este parte en el origen y termina en dicho par ordenado. En el par ordenado (a, b) la coordenada a representará el desplazamiento en forma horizontal y la coordenada b, el desplazamiento vertical.



Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Determina cuáles de los siguientes vectores son iguales entre sí.



$$\vec{i} = \vec{d}$$

a.
$$\vec{b} = \underline{\hspace{1cm}}$$

b.
$$\vec{c} =$$

c.
$$\vec{d} =$$

d.
$$\vec{g} =$$

2. Analiza la información y, luego, responde.

Dados dos puntos P(a, b) y Q(c, d), las coordenadas del vector \overrightarrow{PQ} se calculan como $\overrightarrow{PQ} = (a - c, d - b)$.

Considera los puntos de coordenadas A(4, 5), B(2, -1) y C(4, 0). Escribe los siguientes vectores en coordenadas:

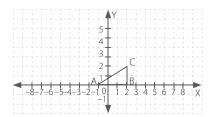
$$\overrightarrow{AB} = (2 - 4, -1 - 5) = (-2, -6)$$

a.
$$\overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$$

c.
$$\overrightarrow{BC} =$$

b.
$$\overrightarrow{BA} = \underline{\hspace{1cm}}$$

- **3.** Desplaza en forma consecutiva el triángulo ABC según lo indicado. Aplica un color diferente a cada nuevo triángulo.
 - a. Tres unidades hacia la derecha.
 - b. Dos unidades hacia la izquierda.
 - c. Tres unidades hacia arriba.
 - d. Dos unidades hacia abajo.

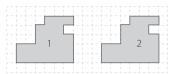


4. Resuelve los siguientes problemas.

a. Un vector desplaza una figura 5 lugares a la derecha y cuatro lugares arriba, ¿cuáles son las componentes del vector?

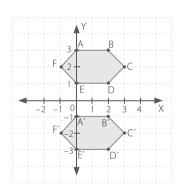
R: _

b. Carlos desplazó la figura original y obtuvo la figura 2. ¿En qué vector se realizó el desplazamiento?



R:_

c. Amalia dice que el hexágono CDEFAB se desplazó en el vector (-4, 0) y Roberto dice que lo hizo en el vector (0, -4). ¿Quién tiene la razón?



R: _

d. El punto B(8, -1) se desplaza según el vector $\vec{w} = (4, 7)$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto B desplazado?

R: .

e. Un punto A se desplaza según el vector $\vec{p} = (6, 4)$, obteniendo como resultado A'(5, 3). ¿Cuáles son las coordenadas de A?

R٠

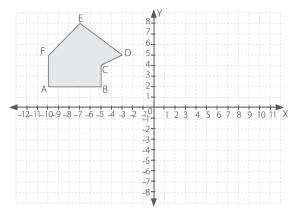
f. El punto C(2, 7) se desplaza según el vector \vec{x} obteniendo el punto C'(5, 7). ¿Cuáles son las componentes del vector?

R:_

g. Un segmento tiene extremos (0, 0) y (-3, 2). Si se desplaza en el vector (1, -3), ¿cuáles son las coordenadas de la nueva posición del segmento?

R:_

h. En el plano está dibujado un hexágono. Si se desplaza en el vector $\vec{v}=(-5-3)$. ¿Cuáles son las nuevas coordenadas? Dibújalo en el plano.



i. Un triángulo tiene vértices en (0, 0), (0, 4) y (2, 3). Si se desplaza según el vector (–5, 1), ¿cuáles son las coordenadas del triángulo trasladado?

R:

j. Si un triángulo cuyos vértices son A(1, 2), B(7, 2) y C(4, 5), se desplaza según el vector $\vec{v} = (-5, -7)$, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices del nuevo triángulo?

R:___

k. Si un triángulo cuyos vértices son D(5, 2), E(7, 10) y F(9, 0) se traslada según el vector v siendo el punto D'(8, 13) las nuevas coordenadas del punto D, ¿cuáles son las coordenadas del vector de traslación?

R:

• ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices imágenes de los puntos E y F?

R٠

I. Un rombo de diagonales 8 cm y 6 cm se desplaza según el vector $\vec{v}_1 = (1, 2)$. ¿Cuál es el área del rombo desplazado?

R٠

• ¿Cuál es su perímetro?

R:

m. Loreto dice que un ejemplo de traslación es un niño tirándose de un resbalín. Antonio dice que un mejor ejemplo es un auto en movimiento. ¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.

R:_

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

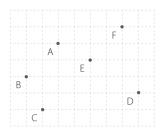
Lección 38

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares llamadas ejes.

El punto de intersección recibe el nombre de origen y se señala con la letra O.

Los puntos del plano cartesiano se representan mediante un par ordenado (x, y), donde x es la primera coordenada o abscisa, mientras que y es la segunda coordenada u ordenada.

Analiza la figura y escribe en cada caso POSIBLE o IMPOSIBLE, según corresponda, considerando que las afirmaciones se hacen respecto a un plano cartesiano común.



- a. Las coordenadas de A y B son A(1, 1) y B(3, -2).
- b. Las coordenadas de C y D son C(0, 1) y D(7, 2).
- c. Las coordenadas de E y F son E(-2, 1) y F(0, 3).
- d. Las coordenadas de A, C y D son A(0, 0), C(-1, -5) y D(5, -4).
- e. Las coordenadas de B, D y F son B(-6, 1), D(0, 0) y F(1, 8).
- f. Las coordenadas de A, B, D y E son A(4, 2), B(1, 1), D(8, -1) y E(3, 4).

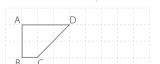
Lección 39

Un vector es un segmento de recta dirigido que tiene dirección, sentido, módulo o magnitud. Se denota \vec{v} . a. Traslación respecto al vector \vec{v}

Un vector permite realizar traslaciones o desplazamientos de objetos en el plano cartesiano. Todo vector tiene un punto inicial y un punto final.

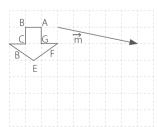
Un vector de desplazamiento se puede identificar con un par ordenado entendiendo que este parte en el origen y termina en dicho par ordenado. En el par ordenado (a, b) la coordenada a representará el desplazamiento en forma horizontal y la coordenada b, el desplazamiento vertical.

Construye la imagen en cada caso.



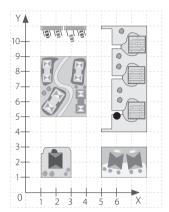


b. Traslación respecto al vector m



Desafíos de integración

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Los primos de Esteban vienen de visita y para que no tuvieran problemas para ubicarse, Esteban les hizo el siguiente mapa.



• Si Esteban vive en el punto (0, 0), ¿cuál es el vector desplazamiento que permite a sus primos llegar donde pasarán la noche marcado por el punto rojo?

R٠

• ¿Cuál es el vector desplazamiento que permite a sus primos llegar desde donde se hospedarán a la casa de Esteban?

R: _____

b. Un círculo tiene su centro en el punto (5, 1) y su radio es 4 unidades del plano. ¿El punto (5, −3) pertenece al círculo o a la circunferencia?

R:

c. Un cuadrado tiene uno de sus vértices en el punto (3, 2). Si el área del cuadrado es 16 unidades cuadradas, ¿el punto (7, 4) pertenece al perímetro del cuadrado?

R:

d. Los tres vértices de un rectángulo son (3, 2) (3, 4) y (8, 4). ¿Cuál es el cuarto vértice?

R٠

• ¿Cuál es el perímetro y el área del rectángulo?

R: _

e. Los vértices de un triángulo son (1, 2), (3, 5) y (5, 2). ;Cuál es el área del triángulo?

R:_

• ¿Se puede calcular el perímetro? ¿Por qué?

R: _

f. Un círculo tiene su centro en el punto (4, 3) y el punto (4, -1) pertenece a la circunferencia. ¿Cuál el área y el perímetro de la circunferencia?

R:

g. Una figura se trasladó según un vector y quedó en el mismo lugar. ¿Cuáles son las componentes del vector desplazamiento?

R٠

h. Los puntos (3, 2) y (5, 5) se trasladaron en el vector (4, 0) para formar un paralelogramo. ¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices del paralelogramo? Dibújalo en tu cuaderno.

R: _____

i. Marcos ubicó los puntos (3, 1) y (3, 4). ¿En qué vector los debe desplazar para formar un cuadrado? ¿Cuáles son los otros vértices?

R:

• ¿Cuál es el perímetro y el área del cuadrado?

R٠

j. Un rectángulo de vértices A(1, 1) y B(7,1) se trasladó según el vector (4, 1). El rectángulo resultante tiene vértices C'(11, 5) y D'(5, 5). ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices C y D del rectángulo original?

R: _____

• ¿Cuál es el perímetro y el área del rectángulo?

R:

k. Los puntos (2, 3) y (5, 1) se trasladaron en el vector (3, 2) para formar un rombo. ¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices?

R٠

• ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?

R٠

• ¿Cuál es el área del rombo?

R:

Resolución de problemas

estrategia presentada.

Estrategia: Plantear una ecuación o inecuación

Cuando en un problema hay un dato desconocido, puedes plantear una expresión en lenguaje algebraico, en la cual se relacionan los datos que se entregan y la incógnita a través de una ecuación.

Resuelve los siguientes problemas utilizando la

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.

• Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.

a.	Jaime alcanzó a copiar dos de los vértices del rectángulo que dibujó su profesora en la pizarra, pero anotó que el área del rectángulo era 12 unidades cuadradas. Si los vértices eran (1, 1) y (1, 4). ¿Cuáles podrían ser los otros vértices del rectángulo?	(6, 7) y (9, 4). El rectángulo tiene dos vértices en los puntos (3, 0) y (9, 0). ¿Cuál es el área de la fachada que dibujó Gloria?
	R:	• Si además le agregó una puerta cuyas esquinas es-
	• ¿Existe un único rectángulo con estas características?	tán en los puntos (5, 3) y (7, 3), ¿cuál es el perímetro y el área de la puerta?
		R:
b.	R:Ana quiere dibujar un triángulo en el plano cartesiano cuya base tenga vértices en los puntos (3, 2) y (6, 2) y cuya área sea 6 unidades cuadradas. ¿Cuál podría ser el tercer vértice del triángulo?	 Para formar el techo de la casa, Gloria trasladó los vértices del triángulo (6, 7) y (9, 4) en el vector (7, 0) ¿Cuáles son los nuevos vértices? ¿Qué figura se formó? ¿Cuál es el área del techo? R:
	R:	• Para continuar con el dibujo de la casa, los vértices
	• ¿Existe un único rectángulo con estas características?	(9, 0) y (9, 4) fueron trasladados en el mismo vector anterior. ¿Cuáles son las coordenadas de los vérti-
	R:	ces desplazados? ¿Qué figura se formó? ¿Cuál es su área?
c.	La profesora dio la instrucción de dibujar un cuadrado con uno de sus vértices en el origen del plano cartesiano y cuya área fuese 9 unidades cuadradas. ¿Cuántos posibles cuadrados podrían	R: • ¿Cuál es el área total de la casa? R:
	dibujar los alumnos? R:	f. Pablo quiere dibujar un rombo en el plano
	• ¿En qué puntos estarían los vértices del cuadrado?	cartesiano. Para ello desplazará los vértices (–3, –1) y (3, –1). Si desea que los lados del rombo midan
	R:	6 unidades, ¿en qué vector debería desplazar los
d.	Braulio dibujó un círculo con centro en el punto (7, 2) y cuya circunferencia pasa por el punto (3, 2). ¿Cuál es el área del círculo? ¿Cuál es su perímetro?	vértices anteriores para formar el polígono? R: • ¡Cuáles serían los otros dos vértices del rombo?
	R:	
e.	Gloria dibujó la fachada de una casa en el plano cartesiano compuesta por un triángulo y un rectángulo. Los vértices del triángulos son (3, 4),	R: • ¿Cuál sería el área y el perímetro? R:

2. Si utilizaste otra estrategia, explícala.

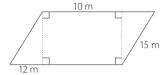
3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

¿Qué aprendí?

PARTE I Para repasar contenidos.

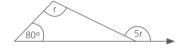
Marca la alternativa correcta.

- 1 El perímetro de la figura es:
 - **A.** 37 m
 - **B.** 52 m
 - **C.** 59 m
 - **D.** 74 m



- 2 El área de un cuadrado es de 196 cm². ¿Cuál es su perímetro?
 - **A.** 14 cm
- **C.** 56 cm
- **B.** 28 cm
- **D.** 392 cm
- 3 Un rectángulo tiene 24 cm de largo y su área es de 360 cm². ¿Cuánto mide su ancho?
 - **A.** 15 cm
- C. 90 cm

- **B.** 78 cm
- **D.** 336 cm
- 4 ¿Cuál es la medida del ángulo r en la figura?
 - **A.** 20°
 - **B.** 30°
 - C. 80°
 - D. 100°



- 5 ¿Cuál es el perímetro de la región pintada si el radio de la circunferencia de centro O mide 5 cm?
 - A. 5π cm
 - B. $10 \pi \text{ cm}$
 - **C.** 15 π cm
 - **D.** 20 π cm



- 6 Sean el cuadrado ABCD de lado 3 cm y la circunferencia de centro A y radio \overline{AB} , ¿cuánto mide la superficie de la región sombreada? Considera $\pi \approx 3,14$.
 - A. 6.75 cm²
 - **B.** 1,125 cm²
 - C. 1,935 cm²
 - **D.** 2,25 cm²

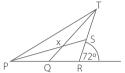


- ¿Cuál de las siguientes medidas se podría usar para construir un triángulo si las medidas de dos de sus lados son 10 cm y 6 cm?
 - **A.** 2 cm

D. 8 cm

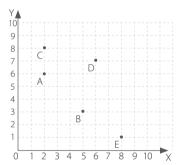
- **B.** 3 cm
- C. 4 cm

- 8 En la figura, los segmentos \overline{PS} y \overline{QT} bisectan a dos ángulos interiores del triángulo isósceles PRT, cuya base es el segmento \overline{PT} . ¿Cuál es la medida de x?
 - **A.** 172°
 - B. 164°
 - C. 144°
 - D. 72°



- 9 La recta que pasa perpendicularmente por el punto medio de un segmento se llama:
 - A. Bisectriz.
 - B. Simetral.
 - C. Transversal de gravedad.
 - D. Altura.

Las preguntas de la 10 a la 15 se refieren a la siguiente figura:



- 10 Las coordenadas del punto B son:
 - **A.** (3, 5)

C. (5, 3)

B. (2, 6)

- D. (-5, -3)
- 10 El punto cuya ordenada es cuatro veces la abscisa es:
 - A. A

C. C

B. B

- D. D
- 11) El punto que tiene coordenadas (6, 7) es:
 - **A.** A

C. C

B. B

- D. D
- 12 Las coordenadas del vector \overrightarrow{BD} son:
 - A. (1, 4)

C. (6, 7)

B. (5, 3)

- D. (4, 1)
- 13 La primera coordenada del vector \overrightarrow{AC} es:
 - **A.** 0

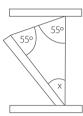
D. -2

- B. 1
- C. -1

PARTE II Para practicar habilidades.

14 Resuelve los siguientes problemas.

a. Un portón al abrirse, forma los ángulos que muestra la figura. ¿Cuál es el ángulo de abertura del portón?



R: _____

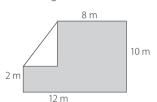
b. La suma de los ángulos interiores de un polígono regular es 1080°. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del polígono?

R:_

c. ¿Cuál es el área de una figura formada por dos cuadrados, uno de lado 9 cm y el otro de lado 6 cm? ¿Cuál es el perímetro? ¿Es equivalente a la suma de los perímetros de los cuadrados?

R: ___

d. Don Juan debe plantar pasto en una parte del patio de un colegio que tiene las medidas que muestra la imagen.



• ¿Cuál es el área del patio?

R:

• Si plantará pasto en la parte triangular, ¿cuál es el área en que plantará pasto?

R: ___

• Si el resto del patio se desea embaldosar con baldosas cuadradas de 1 m de lado, ¿cuántas baldosas se necesitarán?

R: __

e. Osvaldo trasladó un cuadrado cuyo vértice A tiene coordenadas (1, 1) en el vector (3, 0). Osvaldo dice que el área del cuadrado trasladado es el triple del cuadrado original debido a su desplazamiento. ¿Es correcto lo que plantea Osvaldo? Justifica tu respuesta.

R: .

f.	¿Es posible construir un triángulo que sea
	equilátero y obtusángulo a la vez? ¿Por qué?

R:__

g. Una piscina de forma circular se rodeará con una reja formando un cuadrado. Si la piscina tiene un diámetro de 3 m y debe haber una distancia de 1,5 metros hasta la reja, ¿cuántos metros de reja se necesitarán?

R: ___

h. Un círculo de radio 12 cm está inscrito en un cuadrado. ¿Cuál es el perímetro de la región comprendida entre estas dos figuras?

R:

i. Un recipiente de forma cilíndrica tiene una base circular cuyo radio mide 6 cm. Si se desea colocar una cinta alrededor, ¿cuántos centímetros de cinta se necesitan si está dará dos vueltas y además se deben considerar 10 cm por lado para hacer el nudo?

R:

j. Si el perímetro de una circunferencia es 31,4 cm, ¿cuánto mide el área del círculo correspondiente?

R:

k. Una plancha de cobre se utiliza para fabricar monedas. Si la plancha es cuadrada de 1,5 m de ancho, ¿cuántas monedas se pueden obtener cuyo diámetro sea de 7 cm? ¿Cuánto metros cuadrados de cobre sobran?

R:

I. Alejandra tiene un arco cuya cuerda tiene 80 cm de largo. Ella desea colocar la flecha de modo que forme una simetral con respecto a la cuerda. ¿Qué procedimiento debe seguir para lograrlo? ¿A qué distancia de los extremos del arco quedará la flecha?

R: ___

m. En un triángulo, el segmento que une un vértice con el centro de gravedad mide 15 cm, ¿cuánto mide el segmento que va del centro de gravedad al punto medio del lado opuesto al vértice anterior?

R: ___

n. Los puntos (6, 7) y (9, 4) se trasladaron en el vector (6, 0) para formar un paralelogramo. ¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices del paralelogramo? ¿Cuál es su área?

R٠

Identificar población y muestra.

Práctica guiada

¿Qué es una población y una muestra?

Una población es un grupo de individuos u objetos sobre los cuales se pretende estudiar alguna característica. Si se estudia toda la población, estamos en presencia de lo que conocemos por censo.

Cuando la población es muy grande y no puede estudiarse completamente, se selecciona una muestra que sea representativa, se le aplica una encuesta y se registran los resultados para su análisis.

Una variable estadística es la característica que se estudia de una población o muestra. Una variable es cuantitativa si describe una cantidad o cualitativa si describe una cualidad.

Un dato es la cualidad o cantidad observada de una variable.

2.

Practiquemos lo aprendido

qu	e utilizarías para realizar una encuesta.
	ocer la tendencia en la vestimenta de las mujeres ores de 20 años.
	lación: mujeres mayores de 20 años. estra: 100 mujeres mayores de 20 años.
a.	Conocer el promedio de asistencia de los alumnos de 7.º básico de un colegio. Población:
	Muestra:
b.	Conocer la preferencia musical de los integrantes de tu familia.
	Población:
	Muestra:
c.	Determinar la comida preferida del casino de un colegio con 1 800 estudiantes.
	Población:
	Muestra:
d.	Determinar los cinco equipos de fútbol favoritos en una industria con 2000 trabajadores.
	Población:
	Muestra:
e.	Determinar los 10 lugares favoritos de los habitantes de un país para veranear.
	Población:
	Muestra:

f. Determinar los sabores de helados favoritos de los

alumnos y alumnas de un 7.º básico.

1. En cada situación determina la población y la muestra

Ar	g.	Población: Muestra: Determinar la cantidad promedio de integrantes que tienen las familias de cierta región. Población: Muestra:
2.	Re	suelve los siguientes problemas a partir de cada uación.
	a.	Un grupo de científicos realizó un estudio acerca del color rojo en los ojos de la mosca de la fruta. Para ello, observaron el color de los ojos de 100 moscas.
		• ¿Cuál es la población de estudio?
		R:
		• ¿Cuál es la muestra?
		R:
		• ¿Cuál es la variable estadística a estudiar? R:
		 ¿Cuál podría ser un conjunto de datos?
		R.
	b.	De un total de 5500 personas encuestadas en Chi- le, se escogió a diferentes personas pertenecientes a cada región para preguntarles acerca de a cuál red social pertenecen.
		• ¿Cuál es la población de estudio?

	• ¿Cuál es la variab	ole estadística a estudiar?	e. Si una población está dividida en clases o estratos
	R:		de diferente tamaño, se puede seleccionar una
		un conjunto de datos?	muestra, tomando individuos desde cada estrato en proporción al tamaño de cada estrato en la población total.
	R:		El 7.° básico de un colegio tiene 3 cursos. El 7.° A
c.	de su colegio, Rola	eporte preferido de los alun ando pregunta a sus tres m eren. Como todos escogen	tiene 30 alumnos; el 7.º B tiene 36 alumnos, y el 7.º C tiene 24 alumnos.
		ncluye que en el colegio el	• ¿Cuál es la población de este estudio? R:
	• ¿Cuál es la pobla	ación de este estudio?	Si tuvieses que escoger una muestra de 15 alum
	R:		nos de todos los 7.º básicos, ¿cómo harías para
	• ¿Cuál es la variab	ole estadística a estudiar?	que la muestra representara proporcionalmente a los tres cursos?
	R:		R:
	• ¿Cuál fue la mue	estra escogida por Rolando?	• La nota promedio en Matemática de los
	R:		15 alumnos encuestados es de 5,2. Escribe una
	errónea?	clusión que saca Rolando es	conclusión respecto de esta nota promedio suponiendo que la muestra escogida es representativa de todos los alumnos de 7.º básico en el colegio.
			R:
d.	En un curso de 40 estudiantes se tomó una muestra de tamaño 20 estudiantes para conocer		
	sus preferencias er	n la elección de mascotas. ncuesta aparecen organizad	que compraban en el supermercado sobre qué producto estaban adquiriendo. La respuesta de la mayoría fue: detergentes, alimentos no perecibles
	Masco	tas preferidas	pan y lácteos.
	Mascotas	Frecuencia absoluta	• ¿Cuál es la población del estudio y la muestra
	Perro	8	escogida?
	Gato	6	R:
	Canario	2	Si los jóvenes están tratando de determinar qué
	Conejo	1	carteles con ofertas colocan en las afueras del supermercado, ¿qué sugerirías tú? Comenta cor
	Otros	3	tus compañeros y compañeras.
	• ¿Cuál es la pobla	ación y la muestra escogida	R:
		ole estadística y los datos d	situación: "Se ha encuestado a 1500 personas de l Región Metropolitana, las que pertenecen a comu nas de los alrededores de Santiago Centro". Pablo
	R:		
		representativa del estudio, eferida por los alumnos del	deres de Cantinge Controlle an combie Formando
	R:		
	• ¿Es correcto afir	mar que en el curso habrá	R:
	6 alumnos que p	prefieren de mascotas otros o están en la tabla? Justifica	 ¿Qué muestra hubieses elegido si debes mante ner la cantidad de personas?

Analizar la representatividad de una muestra y estimar el porcentaje de características de la población por medio del muestreo.

¿Cómo debe ser la muestra?

La representatividad de una muestra depende del tipo de elección de esta, la que siempre debe incluir la aleatoriedad. Al ser al azar, recibe el nombre de muestra aleatoria (cada individuo de la muestra tiene la misma posibilidad de ser escogido). Esta representatividad no tiene relación con su tamaño exclusivamente, sino con la capacidad de reproducir a pequeña escala las características de la población; por lo tanto, una muestra representativa es la que permite afirmar que las características presentes en ella se pueden generalizar a toda la población.

Cuando la población en estudio no concuerda con la muestra, esta no es representativa y se produce error de cobertura.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Escribe en los espacios de la segunda columna las letras que correspondan de la primera columna. Estudio Muestra a. El uso de celulares en Miembros del un colegio. grupo juvenil del barrio. **b.** Tipos de actividades culturales que serán Niños y niñas parte de un prograentre 6 y 10 ma de fomento de la años. cultura en una municipalidad. Dueñas de casa. c. Áreas verdes y espacios Jóvenes que de esparcimientos que asisten a un se construirán en una concierto. comuna de acuerdo a las necesidades de la Un grupo comunidad. conformado por dos estudiantes d. Tipos de resguardo de de cada curso. seguridad que se utilizan en casas o departamentos. e. Sabores preferidos de una marca conocida de helados artesanales 2. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica ambas. __ Mientras menor sea la cantidad de individuos considerados en una muestra, esta será más representativa de la población. b. _____ En una muestra aleatoria, los individuos que la constituyen son elegidos al azar.

	c.	——— Si en un curso de 30 estudiantes 10 son hombres, una muestra de 6 estudiantes que está en la misma razón tendría 4 mujeres.
	d.	Para hacer una encuesta sobre la preferencia musical entre los jóvenes menores de 20 años en Chile, una muestra representativa sería incluir jóvenes de ambos sexos y de todas las regiones del país.
	e.	Para elegir una muestra al azar de un curso, una forma es colocando todos los nombres en una bolsa y sacando 10 de ella sin mirar y sin reponer los papeles.
	f.	La representatividad de una muestra de- pende del tamaño y de la aleatoriedad en que fue elegida.
	g.	Una muestra representativa no se ve afectada por el tamaño de la población, solo importa cómo fue elegida.
Ap	olica	
3.	Re	suelve los siguientes problemas.
	a.	Un grupo de psicopedagogos deciden realizar un estudio sobre las dificultades del lenguaje que tienen los niños entre los 3 y 6 años de edad. ¿Cuál es la población y variable estudiada?
		R:
		• Si decidieron entrevistar a un grupo de escuelas de lenguaje del sector oriente de la capital, ¿la muestra sería representativa? ¿Por qué?
		R:

• Otro grupo de psicopedagogos decidió entrevistar a los cursos de pre-básica de escuelas municipales, ¿está muestra sería representativa? ¿Por qué?

• ¿Qué muestra hubieses elegido tú para que sea representativa de la población de interés? ¿Cómo la hubieses escogido?

• Si se decidiera realizar una encuesta para estudiar la variable escogida entre la muestra seleccionada, ¿qué preguntas se podrían formular en la encuesta? Indica por lo menos dos.

- b. El departamento turístico de la ciudad de Viña del Mar realiza un estudio acerca del número de veces que los turistas visitan la ciudad al año. Para ello, encuestó a 300 turistas en el aeropuer-
 - ¿Cuál es la población del estudio estadístico?

• ¿Cuál es la variable a estudiar? ¿Qué tipo de variable es?

• ¿Cuál es la muestra escogida? ¿Es representativa de la población?

• ¿Qué características debe cumplir la muestra escogida para que sea representativa?

• Si se desea entrevistar a los turistas sobre el tipo de actividades que realizan al aire libre para realizar mejoras en la costanera, ¿qué características debería tener la muestra para recabar la información necesaria?

c. El mismo departamento de turismo de Viña del mar desea determinar la cantidad de turistas chilenos, argentinos y brasileños que visitan la ciudad. Para ello, registran las nacionalidades de 3 muestras distintas obteniendo los siguientes resultados:

	M1= 50	M2 = 100	M3 = 200
Chilenos	25	50	88
Argentinos	15	30	64
Brasileños	10	20	48

¿Por qué se deben extraer muestras para saber la cantidad de turistas que hay de cada nacionalidad?

R:

• Estima, ¿cuál es el porcentaje de turistas de cada nacionalidad que visitan Viña del Mar?

• Si este año visitaron la ciudad 1000 turistas, ¿cuántos eran argentinos de acuerdo a la estimación anterior?

• ¿Cuántos eran chilenos? ¿Cuántos brasileños?

- d. Una agencia de viajes guiere saber cuál es el destino favorito de los clientes chilenos en las vacaciones de invierno. El estadístico que está encargado del estudio tiene a su disposición todos los registros de compras desde abril hasta la fecha. En estos registros aparece el nombre del cliente, el sexo, la edad, el nivel educacional, el estado civil, los días de estadía, el destino y el medio de pago.
 - ¿Cuál es la población y la variable de estudio?

• ¿Qué características debiera tener la muestra que debe elegir el estadístico con la información disponible?

• Se desea obtener una muestra en que la cantidad de hombres y mujeres estén en la razón 2: 1. Si existe el registro de 3000 clientes, ¿cuántas mujeres deberían ser elegidas en la muestra?

• Si según los filtros que el estadístico realizó de los registros queda la información de 30 clientes, ¿este tamaño de muestra sería adecuado para el estudio a realizar? ;Por qué?

٠	
۰	

Organizar datos en tablas.

¿Cómo organizar datos?

Las tablas de frecuencias sirven para organizar datos.

- Frecuencia absoluta (f): es el número de veces que se repite un dato.
- Frecuencia relativa (f_r): es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. Se puede expresar como fracción, decimal o porcentaje.
- Frecuencia absoluta acumulada (F): es la suma de las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales a un valor de la variable.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Construye la tabla en cada situación.

a. Un médico atendió a 20 pacientes el lunes, a 36 el martes, a 30 el miércoles, a 34 el jueves y a 28 el viernes.

Cantidad de atenciones médicas			
	f		
Lunes			
	30		

b. Se lanzó un dado 30 veces y los resultados fueron los que aparecen a continuación:

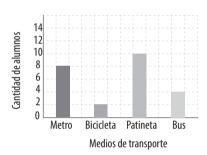
Completa la tabla donde se organizan estos datos.

Total de puntos	Cantidad de lanzamientos
Resultado	Frecuencia
1	
2	5
3	
4	
5	
6	
Total	

c. En un torneo de fútbol, Pedro hizo diez goles, Marcelo anotó cinco goles más que Pedro, Ignacio la mitad de goles que Javier y Javier marcó tres más que Marcelo. Construye la tabla en tu cuaderno.

2. Construye una tabla para los datos de cada gráfico en tu cuaderno.

a. En este gráfico se representan los medios de transporte que utilizan los alumnos de 7.º básico para ir al colegio.



b. A continuación se presentan las notas obtenidas en la prueba de Inglés por el 6.º A y el 6.º B.

Notas Inglés 6° A 6.º B 2 5 5 5 0 3 0 5 5 0 4 0 5 5 5 5 0 5 5 0 6 0 0 0

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Un pediatra realizó la siguiente tabla sobre la edad en meses que tenían 50 niños, que asistieron a su consulta, al momento de caminar por primera vez:

Meses	9	10	11	12	13	14	15
Niños	1	4	9	16	11	8	1

•	¿Cuál es la variable representada en la tabla?
	R:
•	¿A qué edad camina la mayoría de los niños?
	R:
	11. 500/ 1. 1

 Un 50% de los niños de la muestra del pediatra comenzó a caminar luego de los 12 meses. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.

R: _____

- Con los datos de la tabla construye otra tabla que contenga la frecuencia absoluta, absoluta acumulada, relativa (decimal) y relativa acumulada
- b. ¿Qué valores faltan en la tabla que aparece a continuación?

Preferencia en sabores de helados						
Sabo- res	f	F	f _r (deci- mal)	f _r (frac- ción)	f _r (%)	
Vainilla	2					
Melón		6				
Piña		8				
Frutilla		12				
Crema		14				
Manjar	3					

•	¿Cuál	es la	variable	representada	en la t	abla?
---	-------	-------	----------	--------------	---------	-------

R: __

•	¿Qué sabor de helado prefiere la mayoría de las
	personas encuestadas?

R٠

• Si se quiere saber cuántas personas contestaron la encuesta, ¿qué columna se debe mirar para saber la respuesta de forma inmediata?

R٠

 Si se quiere saber qué porcentaje de personas le gusta el helado de chocolate, ¿qué columna se debe mirar para saber la respuesta de forma inmediata?

- 1			
- 1	к	۰	

c. Se realizó una encuesta a personas para conocer su nivel de estudios. Los resultados fueron los siguientes:

Nivel de estudios				
Nivel	Hombres	Mujeres		
Básico	15	10		
Medio	80	96		
Universitario	75	79		
Postgrado	15	12		

• De las personas con estudios de nivel universitario, los hombres son más que las mujeres. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.

• El porcentaje de mujeres con postgrado es mayor que el de los hombres con ese mismo nivel de estudios. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.

_			
L	,	٠	
г	١	٠	d

• ¿En cuál de los dos grupos de encuestados existe una mayor diferencia entre las personas con nivel de estudios básicos y las personas con nivel de estudios universitarios? Justifica.

ப		

 ¿Cuántas personas de cada género fueron encuestadas?

u	٠	
п		

- Construye, en tu cuaderno, una tabla de frecuencias para los datos de las mujeres.
- d. En cierta carrera universitaria se considera la siguiente ponderación para el cálculo del puntaje de postulación.

NEM	20%
Matemática	30%
Lenguaje	40%
Historia	10%

NEM: Promedio de notas de Enseñanza Media.

• Si un postulante obtiene NEM: 620 puntos; Matemática: 650 puntos; Lenguaje: 720 puntos; e Historia: 700 puntos, ¿con qué puntaje postula a la carrera?

ᆫ	٠

 Si el NEM de un alumno es de 630 puntos y se sacó 680 puntos en la prueba de Historia y 650 en la prueba de Lenguaje, ¿cuánto deberá sacarse en la prueba de Matemática para alcanzar un puntaje de postulación de 650 puntos en esta carrera?

Analizar la pertinencia de un gráfico.

¿Qué gráfico utilizar?

El gráfico que se escoja y que sea pertinente a una situación depende de diversos factores:

- La información que se quiere entregar.
- La naturaleza de los datos, cuantitativos o cualitativos.
- Las preguntas que se quieran responder.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

- 1. Analiza los gráficos y responde.
 - **a.** El siguiente gráfico muestra la cantidad de empanadas vendidas por dos locales para Fiestas Patrias, de acuerdo al tipo de empanada.



- ¿Qué representa el gráfico?
 R: Cantidad de empanadas de cada tipo vendidas por dos locales.
- ¿Cuál es la variable en estudio? ¿Cuáles son sus valores?

D.

• ¿Qué representa cada eje?

R: _____

• ¿Qué representan las barras verdes?

D:

• ¿Qué tipo de empanada es la que menos se vende?

D

¿Qué local vende más empanadas de pino?

R:____

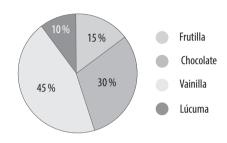
• ¿Quién vende más empanadas en total?

R: _____

 ¿Piensas que este fue un gráfico adecuado para los datos? ¿Habrías utilizado otro? ¿Cuál? Justifica.

R:

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de personas de acuerdo al sabor de helado preferido.
 Sabor de helado preferido



 ¿Qué representa el gráfico?
 R: El sabor de helado que prefieren las personas encuestadas.

• ¿Qué representa el sector de menor área?

R: _____

• ¿Qué porcentaje de personas prefiere el helado de lúcuma?

P⋅

• ¿Cuál es el sabor de helado preferido por más personas?

R∙

• ¿Qué sabor de helado es preferido por el 15 % de las personas?

R·

• Si la encuesta fue respondida por 180 personas, ¿cuántas de ellas prefieren cada sabor de helado?

R:

• ¿Piensas que este fue un gráfico adecuado para los datos? ;Habrías utilizado otro? ;Cuál? Justifica.

₹:_____

Aplica

2. Resuelve los siguientes problemas

a. Un estudio de salud bucal aplicado a 250 estudiantes de un colegio arrojó los siguientes resultados:

Nº de caries	0	1	2	3	4	5
Porcentaje de estudiantes	25	32	22	16	3	2

¿Qué gráfico sería adecuado para representar los datos?

R: ___

 b. Los goles marcados por un equipo de fútbol en 20 partidos vienen dados por la siguiente tabla de frecuencias.

Cantidad de goles por partido					
Cantidad de goles f F					
0	6	6			
1	4	10			
2	4	14			
3	3	17			
4	2	19			
5	1	20			

•	¿Qué gráfico sería adecuado para representar los
	datos?

p.

•	¿Crees que es el único gr	áfico	que	sirve	para	repre-
	sentar estos datos? ;Por o	qué?				

R٠

c. En el quirófano de cierto hospital, las intervenciones quirúrgicas realizadas en el último mes se distribuyen de la siguiente manera:

Intervenciones quirúrgicas (total)				
Tipo de intervención	Número de intervenciones			
Hernias	27			
Vesícula	24			
Apendicitis	20			
Pulmones	19			
Riñones	19			

•	¿Qué gráfico	sería	adecuado	para	representar	los
	datos?					

D.			
R:			

•	¿Crees	que es	el único	gráfico	que	sirve	para	repre-
	sentar	estos da	atos? ;Pc	or aué?				

R٠			
١١.			

d. En una empresa de transporte se le ha pedido a uno de los conductores de cierto recorrido que registre la cantidad de viajes que ha realizado en una semana.

Viajes semanales					
Día	Cantidad de viajes				
Lunes	10				
Martes	15				
Miércoles	12				
Jueves	13				
Viernes	16				
Sábado	17				
Domingo	17				

Si la información se les mostrará a los gerentes
organizada en un gráfico, ¿cuál es el más
adecuado? ;Por qué?

к	۰	

e. Para un plan de reforestación se han plantando distintos tipos de árboles en dos campos según muestra la tabla.

Cantidad de árboles plantados						
Campo Árbol	Pino	Belloto	Boldo	Peumo		
Vientos del sur	58	63	80	77		
Aguas claras	70	65	80	92		

Si se desea comparar la cantidad de árboles por
tipo que se plantaron en cada campo, ¿qué tipo
de gráfico sería el más adecuado para presentar
estos datos? ;Por qué?

D.		
K:		

•	Construye el gráfico que elegiste en tu cuaderno y
	extrae 3 conclusiones.

R.			
11.			

f.	Andrea dice que cuando la variable corresponde a
	tiempo, el gráfico más adecuado es uno de línea.
	En cambio Alexis dice que depende si se desea
	estudiar las variaciones que ha experimentado una
	variable a través del tiempo. ¿Quién tiene la razón?

R:			

Una población es un grupo de indivi-

tende estudiar alguna característica. Cuando la población es muy grande,

se selecciona una muestra que sea

representativa.

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lecciones 40 y 41

- 1 En cada caso determina la población, la variable estudiada y si la muestra es representativa. Si no lo es indica cómo debería ser.
 - a. Para determinar cuál es el detergente utilizado para lavar ropa entre los habitantes de Temuco, 200 amas de casa fueron entrevistadas.
 - b. Un grupo de teólogos realizaron un estudio, para determinar cuál es la religión practicada por la comunidad de habitantes de Chiloé. Para ello, entrevistaron a 1000 adultos.

duos u objetos sobre los cuales se pre-

Para que una muestra sea representativa debe ser elegida al azar (muestra aleatoria). Una muestra representativa es la que permite afirmar que las características presentes en ella se pueden generalizar a toda la población. Las tablas de frecuencias sirven para organizar datos. En ellas se debe encontrar:

- Frecuencia absoluta (f).
- Frecuencia relativa (f).
- Frecuencia absoluta acumulada (F).

Lección 42

Completa la tabla. Para saber el nivel educativo de los habitantes de una comunidad, se entrevistó a 100 personas y se estableció que 20 tenían estudios de Prebásica, 50 Educación Básica, 20 Educación Media y 10 Educación Superior.

Nivel de estudio de los habitantes de una ciudad						
Nivel educativo	N.º de personas	Porcentaje de personas				
Prebásica						
Básica	50					
Media						
Superior						
Total						

Lección 43

pertinente a una situación depende

• La información que se quiere entregar.

El gráfico que se escoja y que sea

de diversos factores:

- La naturaleza de los datos, cuantitativos o cualitativos.
- Las preguntas que se quieran responder.

Se ha realizado una encuesta con respecto a la cantidad de televisores que tienen los hogares. La tabla resume la información obtenida. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

Televisores en los hogares				
Cantidad de televisores	Frecuencia			
1	45			
2	65			
3	80			
4	60			
5	50			

a.		En 50	hogares	hay 5	televisores.
----	--	-------	---------	-------	--------------

b. ____ Hay más hogares con más de 3 televisores que con menos de 3.

c. _____ En total se encuestó a 200 hogares.

d. _____ Todos los hogares encuestados tienen al menos 1 televisor.

4 ¿Qué gráfico sería el más adecuado para representar la información entregada en la actividad anterior?

ς.	

Desafíos de integración

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. La distancia que recorren a diario seis estudiantes de un colegio se refleja en los siguientes datos:
 - Javier recorre diariamente 1300 m para llegar al colegio.
 - Catalina es guien vive más lejos.
 - Josefa recorre la suma de lo que recorre Javier y Eduardo
 - Eduardo recorre 1100 m más que Javier y 2300 m menos que Daniela.
 - Cristián recorre la mitad de lo que recorre Catalina.
 - Catalina vive al doble de distancia que Josefa.
 - Construye una tabla para organizar los datos en tu cuaderno.
 - ¿Qué gráfico sería el más adecuado para resumir la información? ¿Por qué? Constrúyelo en tu cuaderno.

п.	
к.	
11.	_

b. Los siguientes datos corresponden a la altura de los árboles, en metros, de una parcela.

2	2	9	5	9	10	3	2	8	5	7
5	8	3	7	7	4	1	2	5	5	5
4	7	5	3	4	2	8	5	5	7	7
4	3	6	6	4	4	4	8	7	8	8
6	4	9	6	3	5	2	8	3	5	3
9	6	5	3	3	6	2	6	8	5	2
8	8	2	3	9	2	8	3	6	6	6
6	5	3	4	8	5	2	9	3	8	6

• Organiza los datos en una tabla de frecuencia, ¿conviene una tabla con intervalos?

- L	Į٠	
- 1	٦.	_

• ¿Cuántos árboles tiene en total la parcela?

-			
ш	,		
г	٦		

• ¿Cuántos metros miden la mayoría de los árboles?

1			
	к	۰	

• ¿Qué porcentaje de los árboles mide más de 5 metros?

ĸ	

 Si los árboles que miden menos de 2 metros se les debe colocar abono, ¿qué columna de la tabla permite obtener esta información más directamente?

D.		
K:		

 Si se desea presentar los datos en un gráfico para mostrarlos en una feria donde se promocionará la parcela como un camping, ¿qué tipo de gráfico sería el más adecuado? ¿Por qué?

г		
r	۲	۰
		۰

c. Las ventas de una librería durante los meses de enero y febrero se muestra en los siguientes gráficos:





• ¿En qué mes el número de ventas de libros de 150 a 279 páginas fue mayor?

к	۰	

• ¿Cuál es el intervalo de páginas que presenta una menor diferencia respecto a las ventas de enero y febrero?

Е)	
П	٦	

• Si se quiere saber el porcentaje de libros de cada intervalo de páginas que se vendió en enero, ¿qué gráfico sería el más adecuado para utilizar?

D.		
η		

• Construye, en tu cuaderno, un gráfico circular de las ventas de enero. ¿Qué porcentaje de libros de 150 a 279 páginas se vendió en enero?

1).			
١	1			

 Si se desea comparar la información de ambos meses, ¿qué gráfico sería el más adecuado? ¿Por qué?

R:			

 Construye, en tu cuaderno, un gráfico de barras doble. ¿En qué mes el número de ventas de libros de 20 a 149 páginas fue menor?

Resolución de problemas

Estrategia: Hacer una tabla

Para resolver problemas que tienen varios datos, se puede organizar la información en una tabla con el propósito de facilitar los cálculos y el análisis de los resultados.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. La secretaría de tránsito y transporte de una ciudad realizó un estudio acerca del tipo y cantidad de vehículos de servicio público que transitan por la ciudad en un día, y encontró que hay 2000 taxis, 8000 buses interurbanos, 10 000 buses de locomoción colectiva y 3000 colectivos. ¿Qué porcentaje corresponde a cada tipo de transporte público? ¿Qué tipo de transporte público es el que más circula por la ciudad?
- b. Una universidad establece las estadísticas sobre la cantidad de profesionales que se graduaron en el año, en sus cuatro carreras: 15, en enfermería; 6, en terapia ocupacional; 10, en fonoaudiología, y 12, en terapia del lenguaje. ¿Qué porcentaje de profesionales se graduaron en cada carrera?

p.

• ¿Qué carrera es la que tiene el mayor porcentaje de graduados? ¿Qué carrera tiene el menor porcentaje de graduados?

R:

c. Un instituto de recreación indagó sobre las edades de los niños que asisten a sus programas, y estableció que hay 20 niños de 5 años, 17 de 6, 13 de 8, 15 de 10 y 20 de 12 años. ¿De qué edad asisten la mayor cantidad de niños? ¿Qué porcentaje de niños asisten de 10 años de edad? ¿Qué porcentaje de niños que asisten tiene la mayor edad? ¿Cuántos niños asisten hasta los 10 años de edad?

R٠

d. Una tienda de discos decide indagar sobre los gustos musicales de sus clientes. Para ello, entrevistó a los clientes que entraron en un día y obtuvo los siguientes resultados: 20 personas eligieron salsa, 15 personas le gusta la música folclórica, 25 personas son aficionadas al rock, 10 personas mencionaron el reguetón y 18, la música clásica.

• ¿Qué tipo de música es la que prefieren la mayoría de los clientes? ¿Cuántos clientes fueron entrevistados?

R٠

 ¿Qué porcentaje de los encuestados prefieren cada ritmo?

R:

e. Al preguntar a los estudiantes de un curso sobre la zona de la ciudad en la que viven, se determinó que 15 viven al oriente; 10, al occidente; 16, al norte y 9, al sur. ¿Qué porcentaje de los estudiantes viven en cada sector? ¿En qué sector viven la mayoría de los estudiantes?

R:_____

f. El dueño de una tienda de productos electrónicos realizó un estudio acerca de la edad de los clientes que compraban cierto producto y organizó los datos en el siguiente diagrama de tallo y hojas:

• ¿Qué porcentaje de los clientes tiene más de 30 años?

R: _____

• ¿Qué porcentaje tiene entre 10 y 40 años?

R:

• ¿Cuántos clientes fueron registrados?

R:

• ¿Cuál es la edad que posee la mayoría de los clientes que compraron el producto?

P∙



Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a.	Jaime quiere cambiar su plan de telefonía celular,
	para ello registró la duración en minutos de las
	llamadas que realizó en un mes. A continuación se
	presentan los datos:

16	21	29	28	30	30	26	19
17	29	39	35	54	54	22	30
28	19	23	19	17	17	30	19
39	25	30	18	43	43	28	28
25	17	22	17	43	43	18	29

•	¿Qué porcentaje de las llamadas tiene una	dura
	ción mayor a media hora?	

R: _____

•	¿Qué porcentaje de las llamadas tiene una	dura-
	ción menor a 20 minutos?	

R:

•	Si le ofrecen un plan en el que le regalan
	100 minutos adicionales si la mayoría de sus
	llamadas son mayores a 20 minutos, ¿le conviene
	el plan a Jaime?

R:

b.	Germán pertenece a la rama de básquetbol de su
	colegio y ha participado en todos los partidos. Sus
	anotaciones fueron:

25;15;30;17;27;23;36;19;34;21;28;11; 30;15;22;30;16;22.

• ¿En cuántos partidos participó Germán?

R:_

·Cuál fua	cu majar	resultado	on un	nartida?
¿Cuai ruc	su mejor	resultado	CITUII	partiuo:

R:_

•	¿Cuál fue el	resultado	de	anotacio	nes	que	más
	se repitió?						

R:

•	¿Cuántas	anotaciones	hizo	Germán	en su	ı peor
	partido?					

R:

-	En una biblioteca pública se registró la edad de los
	visitantes en un día, por la celebración del día del
	libro. Los resultados se muestran a continuación:
	14, 15, 9, 16, 14, 15, 22, 32, 33, 8, 15, 25, 30, 12, 15
	16 19 20 15 16 25 14 17 20 21 15 9 20

•	¿Qué edad tenían la mayoría de las personas que
	fueron a la hiblioteca?

R:_

•	¿Qué porcentaje de los visitantes tenía menos o	de
	20 años? ;Y más de 20 años?	

R:_

0	Si la bibliotecaria debía colocar en libros más soli-
	citados uno para mayores de 14 años y otro para
	menores de 14 años, de acuerdo a las visitas,
	; por cuál debería haberse decidido?

R·		
11.		

Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos con la estrategia y compártelos con tus compañeros y compañeras.

а	75,	29	63	87	94
a.	10,	07,	05,	0/,	94.

Pregunta: _______

b. 60, 75, 84, 99, 65, 86, 75, 66.

Pregunta: _______Respuesta: ______

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

- 1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?
- 2. Si utilizaste otra estrategia explícala.
- 3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

Determinar e interpretar la media aritmética o promedio en contexto.

¿Qué es la media aritmética o promedio?

Se llama media aritmética o promedio a la cantidad total de la variable distribuida en partes iguales.

La fórmula para el cálculo de esta medida de tendencia central es:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

 $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$ Donde $x_1, x_2, ..., x_n$ son los datos conocidos de la variable y n es la cantidad total de datos.

Si los datos están repetidos, puedes multiplicar el valor de la variable por su frecuencia absoluta, evitando así una suma reiterada.

$$\overline{X} = \frac{X_1 \cdot f_1 + X_2 \cdot f_2 + X_3 \cdot f_3 + ... + X_n \cdot f_n}{n}$$

 $\overline{X} = \frac{x_1 \bullet f_1 + x_2 \bullet f_2 + x_3 \bullet f_3 + ... + x_n \bullet f_n}{n}$ Donde $f_1, f_2, ..., f_n$ son las frecuencias absolutas de los datos $x_1, x_2, ..., x_n$.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Calcula el promedio de cada una de las siguientes muestras: 5, 8, 9, 5, 3, 9, 3, 5, 8, 4, 5, 7, 5, 2, 8, 4, 3.

$$\overline{x} = \frac{93}{17} \approx 6,059$$

a. 39, 36, 37, 34, 38, 40, 39, 37, 39, 40, 37, 36, 38, 38, 40.

b. 158, 160, 168, 156, 166, 158, 160, 168, 160, 168, 158, 156, 164, 162, 166, 164.

c. 15, 16, 16, 15, 16, 15, 16, 16, 16, 16, 15, 15, 16, 16, 16, 16.

d. 1324, 7567, 2432, 8530, 7523, 9000, 5749, 4999. 4396, 2111, 5890, 3761.

R: ____

e. 14, 15, 9, 16, 14, 15, 22, 32, 33, 8, 15, 25, 30, 12, 15, 16, 19, 20, 15, 16, 25, 14, 17, 20, 21, 15, 9, 20.

f. 100, 500, 320, 415, 235, 645, 795, 850, 640.

g. 1201, 1202, 1198, 1198, 1200, 2201, 2203, 1202, 1203, 1997, 1999, 1200, 1202, 1203, 1200.

2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

> F Existe más de un promedio para un conjunto de datos.

- a. ____ Calcular el promedio es equivalente a calcular la mediana.
- b. _____ El promedio de un grupo de datos siempre está en el rango de los datos.
- c. _____ Si los datos son números enteros, el promedio también lo es.
- d. _____ Si los datos son positivos, el promedio también lo es.
- e. _____ Si se elimina un dato, el promedio de la muestra disminuye.
- f. _____ Se puede calcular el promedio de cualquier tipo de variable.
- g. _____ El promedio puede no ser un dato de la muestra.
- h. _____ El promedio no puede ser igual a la mediana.
- i. _____ El promedio no puede ser igual a la moda.
- j. _____ El promedio no se puede calcular para datos agrupados.
- k. _____ Conociendo el promedio, se conocen todos los datos de la muestra.
- I. _____ El promedio es una medida de la dispersión de los datos.
- m. _____ Siempre es posible calcular el promedio de un conjunto de datos.

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. En un torneo de fútbol, Pedro hizo diez goles, Marcelo anotó cinco goles más que Pedro, Ignacio la mitad de goles que Javier y Javier marcó tres más que Marcelo. ¿Cuántos goles en promedio hicieron los cuatro amigos?

R: .

b. En una escuela deportiva se midió a los jugadores y los resultados se resumieron en la siguiente tabla:

Estatura de los jugadores de fútbol de una escuela deportiva		
Estatura (cm)	f	F
152,5	7	7
157,5	10	17
162,5	15	32
167,5	12	44
172,5	6	50

• ¿Cuál es la estatura promedio de los jugadores de fútbol de la escuela deportiva?

R:

• A la escuela se unió un nuevo jugador que mide 181,5, ¿qué sucederá con el promedio? ¿Cuál es el nuevo promedio?

R: ___

• Si el entrenador debe presentar un informe con las características del equipo a los dueños de la escuela, ¿le conviene agregar este dato al promedio para que este sea representativo del grupo? ¿Por qué?

D.

c. Una empresa de buses registró los kilómetros recorridos por sus buses en un mes y los resultados se resumieron en la siguiente tabla:

Distancia rec	orrida por los bu compañía	uses de una
Distancia (km)	f	F
125	85	85
375	68	153
625	55	208
875	22	230

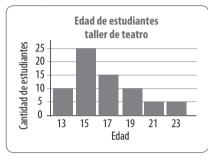
• ¿Cuántos kilómetros en promedio recorren en un mes los buses de la compañía?

R٠

 Si se le hará una mantención a los buses que están sobre el promedio de kilómetros recorridos, ¿cuántos buses irán a mantención?

R:

d. En la municipalidad de una comuna, se abrió un taller de teatro gratuito para los vecinos. La municipalidad quiso hacer un estudio acerca del tipo de estudiante del taller para posteriores ofertas y resumió la edad de los estudiantes en el siguiente gráfico.



• ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes del taller de teatro?

R٠

 Si a última hora se inscribió una persona de 73 años al taller, ¿afectará el promedio obtenido? ¿Cuál sería el nuevo promedio?

R:

 Si para las nuevas ofertas de talleres se considerará el promedio de edad de los estudiantes del taller de teatro, ¿influirá en la decisión agregar al último integrante? Justifica tu respuesta.

R: ___

e. Marcela estaba terminando un informe acerca del promedio de edad de los pacientes atendidos en el último mes en la urgencia por intoxicación de alimentos, pero al traspasar los datos uno de ellos no estaba claro, ¿Cuál podría ser el dato faltante si la información que tiene Marcela es: 14, 14, 16, 18, x, 15, 12, 14, 14, 16, 18, 20, 16, 16, X = 16?

R:

f. Eugenio tiene 6 notas en el semestre. Hasta el momento lleva 5 notas, las que suman 29,5. ¿Es posible calcular cuál podría ser la sexta nota para obtener un promedio 6,0? Si es así, ¿cuál sería la nota mínima?

D.			
n:			

Determinar e interpretar la moda en contexto.

¿Qué es la moda?

Se llama **moda** de un conjunto de datos a la variable que presenta mayor tendencia de ocurrencia.

Para calcular esta medida de tendencia central identificamos la variable cuya **frecuencia absoluta es mayor** que el resto de los datos.

Un conjunto de datos puede tener **más de una moda**, o bien puede que **no exista moda** (amodal) si todos los datos se distribuyen con la misma frecuencia.

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Determina la moda de cada conjunto de datos.

4, 6, 12, 18, 10, 5, 7, 10, 8, 20 Mo = 10

a. 40, 36, 37, 34, 38, 40, 39, 37, 39, 40, 37, 36, 38, 40.

R٠

b. 14, 15, 9, 16, 14, 15, 22, 32, 33, 8, 15, 25, 30, 12, 15, 16, 19, 20, 15, 16, 25, 14, 17, 20, 21, 15, 9, 20.

R٠

c. 100, 500, 320, 415, 235, 645, 795, 850, 640, 500.

R:__

d. 1201, 1202, 1198, 1198, 1200, 2201, 2203, 1200, 1203, 1997, 1999, 1200, 1200, 1203, 1200.

R: _

e. 0,1; 0,12; 0,23; 0,31; 0,17; 0,96; 0,72; 0,37; 0,46; 0,59; 0,66; 0,7; 0,84; 0,59; 0,29; 0,88.

R٠

f. 8, 9, 8, 9, 10, 8, 8, 9, 10, 11, 8, 9, 8, 10, 9, 9, 8, 9, 9, 10, 8, 9, 9, 9.

D.

g. 45, 36, 27, 38, 26, 25, 36, 31, 45, 38, 45, 16, 22, 15, 12, 14, 13, 18, 11, 12, 16, 16.

R٠

h. 1324, 7567, 2432, 8530, 7523, 9000, 5749, 4999, 4396, 2111, 5890, 3761.

R: _

i. 158, 160, 168, 156, 166, 158, 160, 168, 160, 168, 158, 156, 164, 162, 166, 164.

R:_

2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda.

F	En todo conjunto de datos siempre
	hav moda.

- a. _____ Un conjunto de datos puede tener más de una moda.
- b. El cálculo de la moda depende de si la cantidad de datos es par o impar.
- c. _____ El intervalo modal de una variable continua es el de menor frecuencia absoluta.
- d. _____ La moda de un conjunto de datos siempre es un dato de la muestra.
- e. La moda siempre es mayor que el promedio.
- f. ____ La moda siempre es un valor positivo.

Aplica

- 3. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Una empresa de buses interurbanos registró los viajes semanales de uno de sus recorridos. La tabla indica la cantidad de viajes que ha realizado el bus en una semana.

Viajes semanales				
Día	Cantidad de viajes			
Lunes	10			
Martes	15			
Miércoles	12			
Jueves	13			
Viernes	16			
Sábado	17			
Domingo	18			

- ¿Cuál es la moda de los datos? ¿Qué representa?
- El promedio de los datos, ¿es mayor o menor a la moda? ¿Cómo se puede interpretar esto?

R: _

b. En un hospital se registró la estatura de los bebés nacidos en el mes de octubre y se obtuvieron los siguientes datos:

42	50	52	50	48	50	52
55	48	47	52	46	48	48
47	44	44	52	53	46	50

• ¿Cuál es la estatura que poseen la mayoría de los bebés al nacer?

R:

• Si en promedio un bebé al nacer debiera medir 48 cm, ¿la mayoría de los bebés de este hospital están sobre o bajo la media?

R٠

• Si faltó registrar un bebé prematuro que midió 40,5 cm, ¿la moda se verá afectada por este valor? ¿Por qué?

R٠

c. El coordinador de un colegio realizó un estudio acerca del tiempo que dedicaban a estudiar los y las estudiantes de 7.º básico de su escuela. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Cantidad de horas semanales dedicadas al estudio					
Horas	f	F			
3	5	5			
6	12	17			
9	18	35			
12	30	65			
15	28	93			
18	7	100			

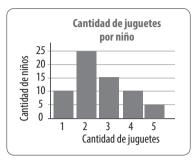
• ¿Cuántas horas estudian la mayoría de los estudiantes de 7.º básico?

R:

• El colegio tomará medidas si la mayoría de los estudiantes está por debajo del promedio de horas que debiera estudiar un alumno de este nivel. Si el promedio de horas debiera ser 14 horas semanales, ¿el colegio deberá tomar medidas?

R: ____

d. En un hogar de menores la encargada, preocupada por el bienestar de los pequeños, registró la cantidad de juguetes que tenía cada niño y niña y así tomar las medidas pertinentes. Los resultados se resumen en el siguiente gráfico.



• ¿Cuántos juguetes tiene la mayoría de los niños del hogar?

R:_

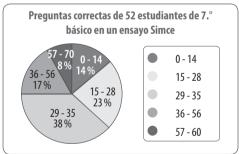
• ¿Cuántos juguetes debería comprar la encargada para que en promedio los niños tuvieran 3 juguetes?

R:

• ¿Cuántos juguetes debería comprar la encargada para que la mayoría de los niños tuviesen 2 a 3 juquetes?

R: ___

e. El gráfico que aparece a continuación presenta el porcentaje de preguntas correctas que obtuvieron 52 estudiantes de 7.º básico en una prueba de síntesis.



• ¿Entre qué cantidad de preguntas correctas obtuvo la mayoría de los estudiantes?

R: __

• Si la mayoría de los y las estudiantes que rindieron la prueba irán a reforzamiento si contestaron correctamente menos del promedio, que es 36 preguntas, ¿irán a reforzamiento los estudiantes de 7.º básico?

R:_

Determinar e interpretar la mediana en contexto.

¿Qué es la mediana?

La **mediana** corresponde al **valor que ocupa el término central** de un conjunto de datos una vez ordenados de menor a mayor o viceversa.

Si la cantidad de datos (n) es impar, entonces la posición de la mediana está dada por: $\frac{n+1}{2}$

Cuando la cantidad de datos de un conjunto es par, la mediana corresponde a la media aritmética de los dos términos centrales una vez que estos se ordenan.

Si los datos están en una tabla de frecuencias, el valor de la variable cuya frecuencia acumulada sea igual o inmediatamente superior al 50 % de los datos, es la mediana.

Practiquemos lo aprendido

- ·			
Prác	tica	autia	da
Flac	uca	yula	ua

1.

Ca	Calcula la mediana de cada conjunto de datos.				
a.	7; 8; 8; 3; 2; 6; 2; 3; 6; 8; 9.				
	R:				
b.	2; 1; 3; 4; 3; 7; 3; 6; 5; 6; 6.				
	R:				
c.	5; 10; 15; 15; 20; 5; 5; 15; 20; 25.				
	R:				
d.	10; 40; 20; 30; 20; 20; 30; 50; 30; 40; 10.				
	R:				
e.	8; 8; 6; 4; 10; 4; 7; 5; 6; 5; 7.				
	R:				
f.	30; 10; 20; 30; 40; 50; 50; 30; 60; 70; 40.				
	R:				
g.	17; 15; 16; 17; 12; 11; 15; 16; 17; 12.				
	R:				
h.	45; 36; 27; 38; 26; 25; 36; 31; 45; 38; 45.				

2.	Determina si las	siguientes afirma	ciones son	
	verdaderas o fals	sas. Escribe V o F,	según correspond	la

a.	La mediana de un conjunto de datos es única.
b.	La mediana puede no ser uno de los datos del conjunto.

c.	Para calcular la mediana, se pueden
	ordenar los datos en forma decreciente.

d.	La mediana es siempre el promedio de los datos centrales.
e.	El rango de un conjunto de datos siempre es positivo.
f.	El rango es una medida de tendencia central.
g.	Si se elimina un dato de una muestra, el rango siempre disminuye.
h.	El promedio, la mediana y la moda de un conjunto de datos siempre son iguales.
i.	La mediana siempre es mayor que el promedio en los datos agrupados en intervalos.

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. A continuación se presentan las masas de un conjunto de encomiendas.

4 kg; 8 kg; 8 kg; 6 kg; 8 kg; 4 kg; 2 kg; 12 kg. ¿Cuál es la mediana de las masas de los paquetes?

R:		

b. Cada día del mes de abril, María registró si estaba despejado, nublado o lluvioso y resumió la información en una tabla.

Estado de los días mes de abril				
Días Frecuencia				
Nublados	15			
Lluviosos	12			
Despejados	3			

• ¿Cuál fue el tiempo en la mayoría de los días?

R: __

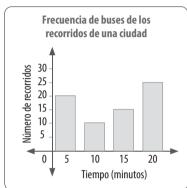
• ¿Cuál fue la mediana del tiempo de los días de abril? ¿Coincide con la moda?

R:

• ¿Es posible calcular el promedio de los datos? ¿Por qué?

R: ___

c. Para mejorar el tiempo de espera de los recorridos de una empresa de transporte se registró la frecuencia de estos buses en ciertos paraderos de la ciudad.



• ¿Cuál es el tiempo medio de espera?

R:

• ¿Cuál es el tiempo de espera que tiene la mayoría de los recorridos?

R: .

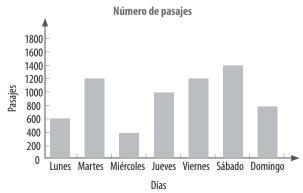
• ¿Cuál es el tiempo mediano de espera?

R: .

 ¿Cuál de estas medidas de tendencia central crees que es la más representativa de la muestra? ¿Por qué?

R٠

d. El gráfico muestra el número de pasajes vendidos por una aerolínea en una semana.



• ¿Cuántos pasajes en promedio se vendieron en la semana?

R:_

 A la sucursal de donde se sacaron los datos se les dará un bono si la mediana de los datos es mayor al promedio de los mismos. ¿La sucursal recibirá el bono?

R:_

• ¿Es posible calcular la moda de los datos? ¿Por qué?

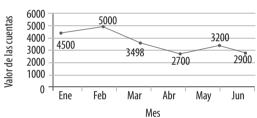
R٠

• Si tienes que dar un valor representativo de la cantidad de pasajes que vende la sucursal para un artículo periodístico, ¿qué medida de tendencia central utilizarías? ¿Por qué?

R:

e. El gráfico resume el costo del agua que tuvo que pagar Juan por el consumo del año 2015.

Cuenta del agua



• ¿Cuál es el gasto promedio de agua en la casa de Juan?

R٠

• ¿Cuál es el gasto mediano del consumo de agua en la casa de Juan?

R:

• Si no se considerara el gasto de febrero porque se aleja mucho del resto de los valores, ¿se vería afectada la mediana de los datos? ¿Se vería afectado el promedio? ¿Por qué?

R: ___

• Si tuvieras que calcular un monto representativo del consumo de agua para considerarlo en el presupuesto del año 2016, ¿qué medida de tendencia central elegirías? ¿Por qué?

R:

f. Alicia conoce la suma de un conjunto de datos, el máximo y el mínimo y el promedio. ¿Con esta información es posible calcular la mediana? ¿Por qué?

R: __

141

Comparar dos o más conjuntos de datos a través de las medidas de tendencia central.

¿Cómo comparar muestras utilizando las medidas de tendencia central?

Para comparar dos o más muestras se pueden establecer criterios de comparación de acuerdo a la información que entreguen los datos. Así, se pueden establecer semejanzas y diferencias entre las muestras comparando según la **distribución** de los datos, la **media aritmética**, **la mediana y la moda**.

Practiquemos lo aprendido

Aplica

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - Los siguientes gráficos resumen la estatura del equipo femenino de vóleibol y del equipo de femenino de básquetbol.





• ¿Cuál es el rango de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la media de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la mediana de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la moda de cada conjunto de datos?

 Determina la diferencia entre los conjuntos de datos para cada medida de tendencia central y completa la tabla.

	Media	Moda	Mediana
Vóleibol			
Básquetbol			
Diferencia			

¿Qué puedes concluir?

R٠

• Si tuvieras que elegir una medida de tendencia central para representar cada conjunto de datos, ¿cuál elegirías en cada caso? ¿Por qué?

R٠

b. En los siguientes gráficos se representan las posiciones que obtuvieron dos atletas durante las mismas competencias en un año.





• ¿Cuál es el rango de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la media de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la mediana de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la moda de cada conjunto de datos?

• Determina la diferencia entre los conjuntos de datos para cada medida de tendencia central y completa la tabla.

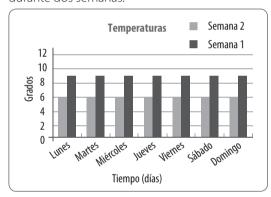
	Media	Moda	Mediana
Valeria			
Nadia			
Diferencia			

¿Qué puedes concluir?

r			
L	J		
Г			
۰	•	۰	10

• Si tuvieras que elegir una medida de tendencia central para representar cada conjunto de datos, ¿cuál elegirías en cada caso? ¿Por qué?

c. El gráfico muestra las temperaturas registradas durante dos semanas.



• ¿Cuál es el rango de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la media de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la mediana de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la moda de cada conjunto de datos?

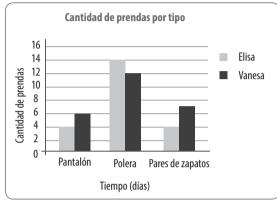
• Determina la diferencia entre los conjuntos de datos para cada medida de tendencia central y completa la tabla.

	Media	Moda	Mediana
Semana 1			
Semana 2			
Diferencia			

¿Qué puedes concluir?

• Si tuvieras que elegir una medida de tendencia central para representar cada conjunto de datos, ¿cuál elegirías en cada caso? ¿Por qué?

d. El gráfico muestra la cantidad de prendas que vendieron dos vendedoras en tres tipos de artículos de una tienda.



• ¿Se puede calcular el rango de cada conjunto de datos? ;Por qué?

• ¿Se puede calcular la media de cada conjunto de datos? ;Por qué?

• ¿Cuál es la mediana de cada conjunto de datos?

• ¿Cuál es la moda de cada conjunto de datos?

• Escribe las medidas de tendencia encontrada en los puntos anteriores. ¿Es posible determinar la diferencia entre las medida de tendencia central para los conjuntos de datos?

,		
	Moda	Mediana
Elisa		
Vanesa		
Diferencia		

;Oué	nuedes	concluir?
/Quc	pacacs	concluit.

• Si tuvieras que elegir una medida de tendencia central para representar cada conjunto de datos, ¿cuál elegirías en cada caso? ¿Por qué?

D	٠	
П	٠	

Para calcular la media aritmética podemos utilizar:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n}{n}$$

En el caso de datos repetidos podemos usar:

$$\overline{X} = \frac{X_1 \cdot f_1 + X_2 \cdot f_2 + X_3 \cdot f_3 + ... + X_n \cdot f_3}{n}$$

La moda es el dato que más se repite en un conjunto de datos. Para determinarla identificamos la variable cuya frecuencia absoluta es mayor que el resto de los datos.

Un conjunto de datos puede tener más de una moda, o bien puede que no exista moda (amodal) si todos los datos se distribuyen con la misma frecuencia.

La mediana corresponde al valor que ocupa el término central de un conjunto de datos una vez ordenados de menor a mayor o viceversa.

Si la cantidad de datos (n) es impar, entonces la posición de la mediana está dada por: $\frac{n+1}{2}$ Cuando la cantidad de datos de un conjunto es par, la mediana corresponde a la media aritmética de los dos términos centrales una vez que estos se ordenan. Si los datos están en una tabla de frecuencias, el valor de la variable cuya frecuencia acumulada sea igual o inmediatamente superior al 50 % de los datos, es la mediana.

Para comparar dos o más muestras se pueden establecer criterios de comparación de acuerdo a la información que entreguen los datos. Así, se pueden establecer semejanzas y diferencias entre las muestras comparando según la distribución de los datos, la media aritmética, la mediana y la moda.

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 44

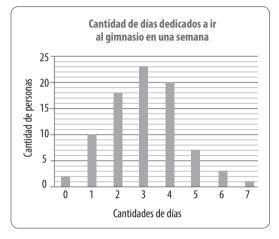
1 Calcula los valores de x para que se cumpla lo pedido en cada muestra.

- a. x, 21, 12, 60, 44, 38, 12, 15, 44, 56, 38, 21, 12, 44. $\bar{x} = 31$
- **b.** 25, 40, 32, 32, 26, x, 30, 23, 32.

$$\overline{X} = X$$

Lección 45

En un gimnasio se realiza un estudio acerca de la cantidad de días que asisten un grupo de clientes. Los resultados fueron resumidos en el siguiente gráfico.



¿Cuántos días asiste al gimnasio la mayoría de los clientes?

R:_

Lección 46

3 El gráfico muestra el ahorro que lleva Marcela mensualmente.

Ahorro mensual				
Mes	Precio (\$)			
Enero	5000			
Febrero	10 000			
Marzo	25 000			
Abril	15 000			
Mayo	15 000			

¿Cuál es la mediana de los ahorros de Marcela?

R: _

Lección 47

Para cada uno de los conjuntos de datos calcula la medida de tendencia central. 6, 5, 4, 3, 3, 8, 6, 10 / 2, 3, 4, 2, 5, 8, 2, 3

a. ¿Cuál es la diferencia entre los conjuntos de datos para cada una de las medidas de tendencia central?

R∙

b. ¿Qué puedes concluir al respecto?

R∙

Desafíos de integración

- 1. Resuelve los siguientes problemas.
 - a. Se encuestó a 45 jefes de hogar por el gasto mensual en gas y se obtuvieron las siguientes cifras (en miles de pesos):

35; 24; 15; 28; 37; 42; 29; 43; 17; 20; 21; 35; 36; 18; 41; 45; 30; 33; 56; 38; 36; 54; 37; 20; 49; 35; 28; 34; 19; 23; 45; 46; 41; 31; 34; 19; 20; 32; 25; 39; 27; 43; 53; 19; 23.

• ¿Cuál es el gasto promedio mensual en gas de los jefes de hogar?

R:_____

• ¿Cuánto gastan en gas la mayoría de los jefes de hogar?

:Cuál es la mediana del gasto en gas de los iefes

• ¿Cuál es la mediana del gasto en gas de los jefes de hogar?

R: _____

• Si tuvieras que graficar los datos, ¿cuál gráfico utilizarías? ¿Por qué?

R: _____

b. En un colegio se realizó un estudio acerca del deporte favorito de los estudiantes de 7.º básico y los resultados se resumieron en la siguiente tabla?

Deporte favorito alumnos 7.º básico			
Deporte Cantidad de estudiante			
Fútbol	44		
Vóleibol	28		
Tenis	15		
Básquetbol	18		
Natación	21		

• ¿Qué medidas de tendencia central puedes calcular para los datos de la tabla? ¿Por qué?

R:

• ¿Cuál(es) es (son) su(s) valor(es)?

R:_____

• ¿Qué puedes concluir en relación con el tipo de variable y las medidas de tendencia central que se pueden calcular?

R:_____

• Si tuvieras que representar los datos con alguna de ellas, ¿cuál elegirías? ¿Por qué?

R:			

c. En un país de pozos petroleros se registró la producción en un año, la que se resume en la siguiente tabla.

Producción	Cantidad de
(miles de barriles)	pozos
150	8
180	10
200	8
300	10
500	4

•	¿Cuál	es e	l rango	de	los	datos?	
---	-------	------	---------	----	-----	--------	--

R.			
11.			

• ¿Cuál es la producción promedio de los pozos petroleros?

D.		
Ν		

• ¿Cuál es la producción de la mayoría de los pozos petroleros?

R·			

• ¿Cuál es la mediana en la producción de los pozos petroleros?

R:			

• Compara estas medidas, ¿cuál es la diferencia?

R: _____

• Si tuvieras que informar la cantidad de barriles que producen los pozos con un solo valor, ¿cuál de las medidas de tendencia central utilizarías? ¿Por qué?

₹.			

Resolución de problemas

Estrategia: Plantear una ecuación o inecuación

Cuando en una situación existen variables involucradas, como lo es el tiempo y la distancia, puedes relacionarlas mediante una expresión algebraica que permite encontrar la solución al problema.

Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

a. Karen está preparando un examen y ha estudiado diariamente cierta cantidad de horas. Si ella quiere estudiar un tiempo promedio de 3,5 horas diarias, ¿cuánto debería estudiar el domingo?

Día	Tiempo en horas
Lunes	2,5
Martes	2,2
Miércoles	3,4
Jueves	4,2
Viernes	4,8
Sábado	3,6
Domingo	X

₹:		

b. Camila quiere participar en una carrera de 41 km. Para ello todos los días realiza un trayecto de cierta cantidad de kilómetros. Si ella quiere lograr una meta promedio de 25 km diarios, ¿cuánto debería recorrer el día domingo?

Día	Recorrido en km
Lunes	22,5
Martes	24,6
Miércoles	26,7
Jueves	30,5
Viernes	20,8
Sábado	28,2
Domingo	Х

r			
Ŀ	ı	٠	
ı	١	٠	

c. El Enduro ecuestre consiste en recorrer distancias a caballo o pony, por cerros y escarpados. Isidora compite en esta categoría y en una semana recorrió 798 km en total. Si la meta es recorrer 120 km en promedio, ¿Isidora podrá lograr este recorrido según su desempeño hasta el momento? Justifica.

D		
ĸ.		

d. Para que la producción de un artículo sea considerada apta para la venta se sacan al azar diferentes cajas y se calcula el promedio de los productos defectuosos que posee cada caja. Si este promedio es menor a 3, entonces se dice que la producción es apta para la venta, si no se realiza una revisión de la producción y se devuelven las cajas a la bodega. En una producción de 50 cajas, con 100 artículos cada una, se eligieron al azar 20 cajas y se obtuvo la siguiente cantidad de artículos defectuosos:

2	3	1	1	1	Х	2	2	2	Х
2	3	5	3	2	1	1	1	X	X

Lamentablemente varios registros se perdieron en el traspaso de los datos.

•	¿Cuánto sería la suma máxima de estos datos para
	que la producción sea considerada como apta?
	Entrega dos ejemplos de datos.

R:		

•	Si luego de la búsqueda de estos registros se
	encontraron los datos 3, 5, 5, 10, ¿la producción era
	apta para la venta?

R:			

• Si debido a reclamos de los clientes por la alta presencia de artículos defectuosos en las producciones, la gerencia de la empresa tomo la decisión de que el promedio fuese 1,8 productos defectuosos, ¿cuánto sería entonces la suma máxima de los registros que se perdieron?

• Luego de encontrar estos registros, ¿hubiese sido apta la producción para la venta con esta nueva condición?

I	R							
1	П							

2	Utilizando la misma estrategia, u otra que
4	consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas.

a. Ariana está calculando su promedio y se da cuenta que debe recuperar una nota. Además aún falta una prueba por rendir. Ella sabe que para eximirse de la asignatura debe tener como mínimo un promedio 6,0. Sus notas son las siguientes:

Evaluación	Nota
Prueba 1	5,3
Prueba 2	6,2
Prueba 3	X
Control 1	6,1
Control 2	X
Control 3	6,3
Control 4	5,8

•	¿Cuál debiera ser la suma mínima en las notas
	que le faltan para eximirse de la asignatura?

R: ____

• Si sabe que para el control 2 tenía guardadas
5 décimas y en la prueba 3 obtuvo un 6,5, ¿cuál
podría ser la nota mínima que debiera obtener
en esta evaluación para eximirse de la asignatu-
ra? Entrega dos eiemplos.

D.		
Π,		

• Si revisando el programa del curso se da cuenta que para calcular el promedio de notas debe considerar la siguiente inecuación:

$$0.4 \cdot \overline{x}_c + 0.6 \cdot \overline{x}_n \ge 6.0$$

Es decir, \overline{x}_c que es el promedio de los controles, corresponde a un 40% de la nota de presentación al examen y \overline{x}_p , que es el promedio de las pruebas, corresponde a un 60% de la nota de presentación al examen. La suma de estas ponderaciones debe ser mayor o igual a un 6,0. Considerando esto, las décimas del control 2 y la nota de la prueba 3, ¿cuál es la mínima nota que puede obtener el control 2 para eximirse?

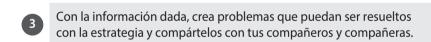
R:	

•	¿Coincide con los resultados obtenidos en e	اب
	punto anterior? ¿Por qué?	

D.		
N:		

• Si Ariana se eximió de la asignatura con la nota mínima y desea obtener un promedio final 6,5, ;cuál debería ser la nota obtenida en el examen?

R:			



a. Los datos de una muestra son: 3, 5, 7, 9, 11, 8, 9, 10, x, 3, 4, y el promedio es $\bar{x} = 6,7$

Pregunta: _______Respuesta: ______

b. La suma de los datos de una muestra es 345 y la cantidad de datos es 40.

Pregunta: _______Respuesta: ______

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?

2. Si utilizaste otra estrategia explícala.

3. ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

Lección 48

>> Propósito

Describir espacio muestral, evento y casos favorables en experimentos aleatorios.

¿Qué es un experimento aleatorio?

Experimento

Aplicar un procedimiento con el fin de descubrir, comprobar o demostrar determinados fenómenos o principios.

Determinístico

Su resultado se puede predecir, ya que es único y, si se repite bajo las mismas condiciones, no varía.

Aleatorio

No se puede predecir su resultado, ya que no es único y, si se repite bajo las mismas condiciones, puede variar.

En un experimento aleatorio el conjunto formado por todos los posibles resultados se denomina **espacio muestral**, designado por Ω .

Un suceso o evento A es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Pra	actiquemos lo aprendido	
Pra	áctica guiada	
	Determina cuáles de las experiencias son aleatorias y cuáles no. Escribe Sí o No, según corresponda. a. Tiro una moneda al aire. ¿Saldrá cara? b. Pincho un globo inflado con una aguja. ¿Estallará? c. Va a comenzar un partido. ¿Cuál será el resultado? d. Laura está asomada a su ventana. ¿Cuántos autos pasarán por su calle en el próximo minuto?	 3. Representa el espacio muestral de cada experimento aleatorio. Lanzar una moneda. Ω = {cara, sello} a. El género (sexo) de un recién nacido. Ω = {} b. Lanzar un dado y una moneda a la vez. Ω = {} c. Sacar una bola de una bolsa que tiene 10 bolas
e. Dejo caer una pelota. ¿Caerá al suelo? f. Lanzo un dado. ¿Saldrá cinco? g. ¿Saldrá el Sol mañana? 2. Clasifica entre experimentos aleatorios y determinísticos. Luego, marca A o D, según corresponda.		numeradas del 1 al 10. $\Omega = \{ ____\}$ d. Lanzar dos monedas. $\Omega = \{ _____\}$ 4. Para cada experimento, escribe un evento. a. Experimento: Lanzar un dado de ocho caras.
	 D Poner un hielo a la luz del Sol. a. Medir tu masa corporal con una balanza. b. Lanzar un dado y adivinar el número que resulta. c. Calcular el área de una caja sabiendo sus dimensiones. d. Tomar, sin mirar, una bola de una bolsa que contiene varias de diferentes colores y ver cuál resulta. e. Seleccionar al azar un alumno para ser interrogado. 	 Evento A

e. Experimento: Elegir parejas en un grupo de 20 chilenos y 12 extranjeros.

Evento A ____

- **5.** Resuelve los siguientes problemas.
 - a. La tabla resume la edad y el sexo de las personas que trabajan en una oficina. Si se decide realizar el experimento aleatorio de "elegir al azar una persona de la oficina", ¿cuál sería el espacio muestral del experimento?

Personal de una oficina					
Cove	Edad (años)				
Sexo	25 o menos	32 o más			
Femenino	2	3	2		
Masculino	1	4	5		

R٠

 Para el experimento se definieron los siguientes sucesos:

Suceso A	Casos favorables
Elegir una mujer	
Elegir un hombre de menos de 26 años	
Elegir una persona entre 26 y 32 años	
Elegir un hombre de 32 años o más.	

Completa la tabla con los casos favorables a cada suceso.

b. Se realiza el experimento de extraer una carta desde una urna que contiene 15 cartas numeradas desde el 1 hasta el 15 y observar el número. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

R:

 Para el experimento se definieron los siguientes sucesos. Completa la tabla con los casos favorables a cada suceso.

Suceso A	Casos favorables
Obtener un 2.	
Obtener un número primo.	
Obtener un número par.	
Obtener un número impar menor que 12.	
Obtener un número mayor que 5 y menor o igual que 10.	
Obtener un múltiplo de 6.	
Obtener un divisor de 30.	

C.	Si se realiza el experimento de lanzar un dado, ¿cuáles son los casos favorables de obtener una cantidad par de puntos?
d.	Al elegir al azar un número entre los 10 primeros naturales, ¿cuáles son los casos favorables de obtener uno mayor o igual que 4?
e.	y un dado a la vez, ¿cuáles son los casos favorables de obtener cara y un número de puntos mayor que 5?
f.	R:Al realizar el experimento de lanzar dos dados, ¿cuáles son los casos favorables de obtener números iguales de puntos? R:
g.	Al realizar el experimento de sacar una carta de un mazo inglés, ¿cuáles son los casos favorables de obtener un trébol menor que 4? R:
h.	Al realizar el experimento de lanzar dos dados, ¿cuáles son los casos favorables de obtener una diferencia mayor que 3 entre los dos números?
i.	Al realizar el experimento de elegir al azar, dos de los colores de la bandera de Chile, ¿cuál podría ser un suceso del experimento? ¿Cuáles serían los casos favorables del suceso? R:
j.	Al realizar el experimento de elegir dos personas entre tres mujeres y dos hombres, ¿cuál podría ser un suceso del experimento? ¿Cuáles serían los casos favorables del suceso? R:
k.	Juan puede comprarse un automóvil de color azul o plata, con 5 o 3 puertas y con o sin alarma. Si un experimento consiste en elegir uno de los autos, ¿cuáles son los sucesos simples asociados?
	R:
١.	Para salir de vacaciones, la familia de Daniel pue-

de elegir entre el sur o el norte del país, alojar en un hostal o acampar y, por último, puede hacer el viaje en bus, en avión o en su vehículo. Si un experimento consiste en elegir una alternativa de vacaciones, ¿cuáles son los sucesos simples?

R:_

>> Propósito

Analizar experimentos equiprobables a través de la frecuencia relativa.

¿Cómo estimar la probabilidad mediante la frecuencia relativa?

En un experimento aleatorio, la **probabilidad** es un número que se asigna a cada suceso y que da información acerca de la **frecuencia** con que ocurre. Una estimación de dicho número es la probabilidad frecuencial (Pf), que corresponde a la frecuencia relativa del suceso al realizar el experimento.

Un experimento es **equiprobable** cuando todos sus resultados tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Practiquemos lo aprendido

	,							
Р	ra	ct	ica	а	u	ıa	0	а

1.	Determina si las siguientes afirmaciones son
	verdaderas o falsas. Escribe V o F, según corresponda

V	La probabilidad de un suceso indica
	el grado de posibilidad de que ocu-
	rra dicho suceso.

- a. La probabilidad de un suceso es un número comprendido entre 0 y 1.
- b. _____ Si la probabilidad de un suceso está próxima a 0, el suceso es poco probable.
- c. _____ La probabilidad de un suceso seguro es 1.
- d. _____ La probabilidad de un suceso imposible
- e. ____ Cuando se repite un experimento aleatorio muchas veces, la frecuencia relativa con que aparece un suceso tiende a la probabilidad del suceso.
- f. _____Cuando dos sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrir al realizar un experimento aleatorio son equiprobables.

2. Completa la tabla y responde las preguntas.

a.	Deporte preferido por 100 estudiantes de una universidad					
	Deporte	Frecuencia relativa	Porcentaje			
	Fútbol	0,16				
	Tenis	0,18				
	Básquetbol	0,10				
	Natación	0,36				
	Patinaje	0,20				

Si se pregunta a otro estudiante de la misma universidad, acerca de su deporte preferido:

• ¿Cuál será la respuesta más probable?	
---	--

R٠			

•	¿Cuál	será	la	respuesta	menos	probable?	
---	-------	------	----	-----------	-------	-----------	--

Edad (años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
4	14	
5	10	
6	8	
7	6	
8	2	

Si se pregunta la edad a otro niño del colegio:

• ¿Cuál es la respuesta más probable?

R٠			

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

evento "sale sello"?

a. Se lanzó una moneda 15 veces y los resultados se anotaron en la siguiente tabla:

Resultado	Evento	Frecuencia	
	Sale cara	6	
	Sale sello	9	

•	¿Cuál es la frecuencia relativa de ocurrencia de
	evento "sale cara"?

¿Cuál es	la	frecuencia	relativa	de	ocurrencia	del

_				
P٠				

• ¿Por qué hay diferencias entre la probabilidad

experimental y la teórica?

	R:								
t	La tabla resume los resultados de un experimen- to que consistió en la extracción de una carta de una baraja de naipe español 5000 veces y se registró su pinta.								
	Extra	cción de u naipe esp			-				
	Pinta	-	7	0	apopu				
	f	1265	1236	1278	1221				
	f ₁ P ₁								
•	¿Cuál e pinta? R:	es la proba	bilidad fre	ecuencial (de cada				
•	Si se repite el experimento 1 000 000 de veces, ¿qué resultados se espera obtener con respecto a la probabilidad de cada pinta? ¿Por qué? R:								
•	Según lo anterior, ¿cuál sería la probabilidad de extraer una carta cuya pinta sea oro? R:								
•	pinta sea espada o copa", indica los pasos y los cálculos para obtener la probabilidad frecuencial del evento A.								
	R: e lanzó ueron:	un dado	30 veces	y los resul	tados				
		3, 2, 2, 3, 5							
•		1, 4, 2, 6, 3 uye una ta							
	resulta	dos del ex	periment	0.					
•	¿Cuál es la frecuencia relativa de ocurrencia del evento "sale uno"?								
		- l- <i>E</i>							
•	evento	sale seis	"?		ırrencia del				
•	¿Cuál e	es la frecue n ocho" al	encia con	que ocurre	e el evento				
	R:								

• ¿Cuál es la frecuencia con que ocurre el evento

• ¿Cuál es la suma de las frecuencias relativas de

"sale una estrella" al lanzar la moneda?

los eventos "sale cara" y "sale sello"?

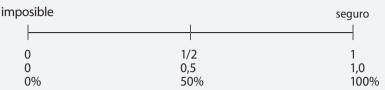
R: __

>> Propósito

Determinar la probabilidad de un evento de manera teórica.

¿Cómo determinar la probabilidad teóricamente?

La probabilidad de un suceso se escribe P(A). Este número está entre 0 y 1 y lo puedes escribir como decimal, fracción o porcentaje.

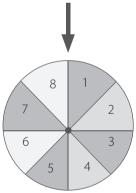


Si en un experimento ninguno de los resultados posibles es privilegiado respecto de los demás, es decir, se trata de resultados o eventos equiprobables, el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de un suceso A, se puede calcular utilizando la **regla de Laplace**:

Practiquemos lo aprendido

Práctica guiada

1. Analiza los experimentos relacionados con la ruleta e infiere si los eventos son o no equiprobables. Justifica.



Hacer girar la ruleta y anotar el número obtenido.

Equiprobable

a. Hacer girar la ruleta y anotar el color obtenido.

D.

b. Hacer girar la ruleta y ver si se obtiene o no un número primo.

.

c. Hacer girar la ruleta y ver si se obtiene o no un múltiplo de 3.

R٠

d. Hacer girar la ruleta y ver si se obtiene o no un número par.

R·

2. Analiza cada situación. Luego, determina la probabilidad de cada suceso.

Para ganar un auto en un concurso, Luis debe elegir una entre 10 llaves, de las cuales 3 lo hacen partir.

A: ganar el auto. $P(A) = \underline{0.3}$ B: no ganar el auto. $P(B) = \underline{0.7}$

a. Se lanza un dado de 8 caras y se registra la cantidad de puntos que quedan en la parte superior.

b. Loreto tiene 3 primas y 5 primos y debe invitar a uno de ellos a ver una película.

A: invitar a una prima. P(A) = ______ B: invitar a un primo. P(B) = _____

c. Armando tiene una bolsa con 3 caramelos de menta, 5 de limón y 8 de frutilla, y sacará uno con los ojos cerrados.

A: sacar uno de frutilla. P(A) =______ B: sacar uno de limón o menta. P(B) =_____

d. Se extraerá una ficha de una bolsa que contiene fichas con las letras del abecedario.

A: extraer vocal. P(A) =______ B: extraer consonante. P(B) =_____

e. Se lanzan dos dados.

A: la suma de los puntos es 7. P(A) =______ B: los números son diferentes. P(B) =_____

Aplica

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. En un experimento se extrae una ficha de una urna que contiene una ficha roja, una azul, una verde y una amarilla. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

R: $\Omega = \{$ _____}

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha roja?

R: ____

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha azul?

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha verde?

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha amarilla?

R: _

b. En un experimento se forma una pareja de baile con un hombre y una mujer considerando a Isabel, Ricardo, Ana y Luis. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

 $R: \Omega = \{$ ____}

• ¿Cuál es la probabilidad de formar la pareja Isabel-Ricardo?

• ¿Cuál es la probabilidad de formar la pareja Isabel-Luis?

• ¿Cuál es la probabilidad de formar la pareja Ricardo-Ana?

• ¿Cuál es la probabilidad de formar la pareja Luis-Ana?

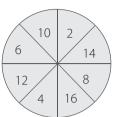
c. En un curso de 45 estudiantes hay 20 hombres y 25 mujeres. ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir un hombre?

• ¿Cuál es la probabilidad teórica de elegir una mujer?

R: _____

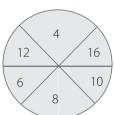
d. En la ruleta que aparece a continuación se calculó la probabilidad obteniendo $\frac{1}{9}$. ¿De qué suceso se obtuvo la probabilidad teórica?

Tablero 1

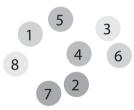


e. Carmen calculó la probabilidad teórica de obtener 4 al girar la ruleta y obtuvo $\frac{1}{6}$. ¿Por qué el resultado de Carmen está incorrecto?

Tablero 3



f. Se realizó el experimento de extraer una bolita de las que se presentan a continuación.



• Escribe un experimento equiprobable asociado a la extracción de una bola.

• Escribe un experimento no equiprobable asociado a la extracción de una bola.

• Considera el experimento extraer un bola y registrar si el número es o no múltiplo de 4. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bola sea múltiplo de 4?

• ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bola no sea múltiplo de 4?

>> Propósito

Calcular probabilidades mediante diagramas de árbol.

¿Cómo calcular probabilidades usando diagramas de árbol?

Los diagramas de árbol permiten representar gráficamente los espacios muestrales de experimentos aleatorios formados por varias etapas o que se repiten dos o más veces. De esta manera, se puede calcular la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los sucesos.

Para calcular la cantidad de elementos del espacio muestral usando diagrama de árbol, se puede multiplicar la cantidad de elementos de cada etapa o fila del árbol.

Practiquemos lo aprendido

Apli	ca aprendido	
ā	Resuelve los siguientes problemas utilizando un diagrama de árbol. a. Margarita quiere comprar una tenida de invierno compuesta de un abrigo, un par de botas y un gorro. Si está en una tienda que le ofrece cinco tipos de abrigos, seis tipos de botas y ocho tipos de gorros, ¿entre cuántas tenidas diferentes deberá elegir? R:	 f. En una heladería está en promoción un cono de helado con un sabor, hay dos tipos de conos, uno con chocolate y otro con coco, y hay tres sabores de helado, frutilla, vainilla y chocolate. ¿Cuántas posibilidades hay de elegir un cono? R:
	¿Cuántos pedidos diferentes que contengan los tres productos se pueden hacer?	sea con helado de chocolate? R: • ¿Cuál es la probabilidad de elegir un cono con
(. Se tienen siete colores disponibles de telas para hacer un banderín. Si el banderín será de tres franjas de colores distintos, ¿cuántos banderines diferentes se pueden hacer?	sabor de helado de frutilla? R: g. En un restaurante ofrecen un menú que consiste en una entrada de sopa o ensalada; de plato de
C	R:	fondo, arroz con pollo, carne con puré o tallarines; y de postre, fruta o helado. Si una persona debe elegir una entrada, un plato de fondo y un postre, ¿cuántas posibilidades tiene para elegir? R:
€	R:	 ¿Cuál es la probabilidad de elegir ensalada, arroz con pollo y fruta? R:
		P.

R: _____

•	¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bolita sea blanca?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de que la tercera bolita sea negra?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de que todas las bolitas extraídas sean del mismo color?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de que todas las bolitas sean de distinto color?
	R:
da sa el	e realiza un experimento de lanzar una mone- a, si sale cara se lanza un dado de seis caras, si ale sello se vuelve a lanzar la moneda. ¿Cuál es espacio muestral del experimento? Realiza el lagrama de árbol.
•	¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en el segundo lanzamiento?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de obtener sello en el primer lanzamiento y un 2 en el segundo lanzamiento?
	R:
•	¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en el primer lanzamiento y sello en el segundo lanzamiento?
	R:

k.

¿Cómo voy?

En un experimento aleatorio el conjunto formado por todos los posibles resultados se denomina espacio muestral, designado por Ω .

Un suceso o evento A es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Lee la información lateral y luego resuelve los ejercicios y problemas propuestos.

Lección 48

- Identifica el espacio muestral Ω de cada experimento. Para ello, escríbelo como conjunto y cuenta sus elementos.
 - a. Experimento 1: lanzar dos monedas y registrar sus resultados.

$$\Omega =$$

b. Experimento 2: predecir, en orden, el resultado de tres partidas consecutivas de ajedrez que juegas contra tu compañera, considerando que puedes ganar, empatar o perder.

$$\Omega =$$

c. Experimento 3: determinar la cantidad de niños y niñas de un curso sabiendo que son 44 estudiantes en total, y que la cantidad de niños y de niñas difieren como máximo en 3.

$$\Omega =$$

Lección 49

La frecuencia relativa permite calcular la probabilidad experimental de un experimento.

Se realizó una encuesta para conocer el libro preferido de un grupo de personas y se obtuvo los siguientes resultados.

Libro preferido por 1000 personas							
Libro	El arte de Bajo la mis- la guerra ma estrella		Harry Potter	Las crónicas de Narnia			
Personas	236	345	284	135			
Frecuencia relativa							

- a. Completa la tabla con la frecuencia relativa.
- b. Si una persona quiere leer uno de estos libros, ¿cuál crees que tiene la mayor probabilidad de elegir?

Lección 50

eventos equiprobables, el calculo	del ejer
de la probabilidad de ocurrencia	acı ejei
de un suceso A, se puede calcular	a. Expe
utilizando la regla de Laplace:	P(C

 $P(A) = \frac{casos\ favorables}{}$ casos totales

Si en un experimento tiene

)	Calcula la probabilidad de cada suceso, considerando los experimentos
	del ejercicio 1 de esta página.

erimento 1: C) =

P(CS) =

P(SS) =

b. Experimento 2:

P(G-G-E) =

P(E-P-G) =P(G-G-G) =

c. Experimento 3:

P(21 niñas y 23 niños) =

P(22 niñas y 22 niños) =P(20 niñas y 25 niños) =

Lección 51

Construye el diagrama de árbol del experimento que consiste en elegir una bolita de una urna con las bolitas del 1 al 5 y luego sacar una carta de un mazo que tiene 4 cartas; as, dos tres y cuatro.

Para calcular la cantidad de elementos del espacio muestral usando diagrama de árbol, se puede multiplicar la cantidad de elementos de cada etapa o fila del árbol.

Desafíos de integración

1.	Resuelve	los siquier	ntes problemas

- a. Se lanza un dado de seis caras cargado de modo que la probabilidad de obtener un número par es el doble que la de obtener un número impar. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
 - ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

R:_____

• ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

R: _____

b. Se extrae una fruta de una bolsa que contiene seis manzanas y una naranja. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

R: _

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una manzana?

R: ___

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una naranja?

R:__

c. Se realiza el experimento de extraer una carta de un naipe inglés y registrar si es número o letra (As, J, Q y K). ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

R: _____

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer un número?

R:

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una letra (As, J, Q y K)?

D.

d. Se extrae una bolita de una urna que contiene bolitas verdes, rojas y blancas. La probabilidad de extraer una bolita verde es el tiple de extraer una roja, y la probabilidad de extraer una blanca es el doble de extraer una roja. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita verde?

R: ___

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita blanca?

R: _

• ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bolita roja?

R: ____

e. Al comprar un helado, Margarita debe elegir si lo quiere en cono o en vaso; si lo desea de frutilla, vainilla o mixto, y si lo quiere bañado en chocolate, con una galleta o con chispas. ¿Cuántas posibilidades de elección tiene Margarita? Construye un diagrama de árbol en tu cuaderno.

R: ___

• ¿Cuál es la probabilidad de que Margarita tome un helado en cono, de frutilla y bañado en chocolate?

R: ___

• ¿Cuál es la probabilidad de que Margarita tome un helado mixto?

R:

• ¿Cuál es la probabilidad de que Margarita tome el helado que no esté bañado en chocolate?

R: ____

f. Una repisa contiene 3 libros de historia y 4 de matemática. Si se extraen seis libros al azar, ¿cuál es la cardinalidad del espacio muestral del experimento?

R:

• Si se extraen seis libros al azar y se registra el tipo, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de ellos sean de matemática?

R:

g. Se lanza una moneda y luego un dado de 4 caras. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda muestre sello y el número del dado sea 3?

R: .

h. ¿Cuál es la probabilidad de formar la combinación aeoiu, seleccionando al azar las vocales y sin repetir ninguna de ellas?

R٠

 ¿Cuál sería la probabilidad de formar la misma combinación si las vocales se pueden repetir?

R:

Resolución de problemas

Estrategia: Usar problemas más sencillos

Cuando un problema posee varias opciones o etapas se puede plantear un problema similar pero que sea más simple, de manera que se pueda aplicar el procedimiento del problema simple al original. Recuerda que al resolver un problema siempre debes:

- Determinar qué información se quiere obtener.
- Anotar los datos que te sirven y descartar aquellos que no te sirven.
- Crear un plan para resolver el problema y aplicarlo.
- Verificar la respuesta obtenida y comunicarla.



Resuelve los siguientes problemas utilizando la estrategia presentada.

- a. En la asignatura de Historia y Geografía, Lorena tendrá que preparar una disertación con tres compañeros o compañeras más. Para elegir los grupos y los temas, la profesora colocó los nombres de los alumnos en una bolsa. Los alumnos participantes, además de Lorena, son: Claudia, Marcos, Esteban, Felipe, Isidora, Isabel y Juan.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que Lorena tenga un grupo solo con compañeras?

R:

• ¿Cuál es la probabilidad de que Lorena tenga un grupo solo con compañeros?

R:

b. Para la revista de gimnasia, la profesora de Educación Física tuvo que elegir entre cintas, aros y balones, para trabajar con los cursos de kinder, pre-kinder y playgroup. Si para hacer la selección colocó los elementos en una bolsa y los cursos en otra y sacó al azar un papel de cada bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que al kinder le toque bailar con balones?

R٠

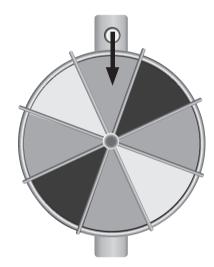
• ¿Cuál es la probabilidad de que al pre-kinder no le toque bailar con los aros?

R:_____

• ¿Cuál es la probabilidad de que al playgroup le toque bailar con las cintas?

R:

c. Carol y Jaime están jugando al siguiente juego. Lanzan una moneda, si sale cara giran la ruleta, si sale sello lanzan un dado de seis caras. ¿Cuál es la probabilidad de que Carol lance la ruleta?



D.

• ¿Cuál es la probabilidad de que Jaime lance el dado?

R: .

• ¿Cuál es la probabilidad de que Carol lance la ruleta y salga el color gris oscuro?

R٠

• ¿Cuál es la probabilidad de que Jaime lance el dado y salga un número par?

R:

• ¿Qué sucesos tienen la misma probabilidad?

R: _

Utilizando la misma estrategia, u otra que consideres adecuada, resuelve los siguientes problemas. a. Se realizará un campeonato de básquetbol entre los colegios de la comuna, los cuales se dividieron en dos grupos, A y B. En el grupo A están los equipos Los Tigres, Las Águilas, Las Panteras y

Los Leones, en el grupo B están Los Guerreros, Los Valientes, Los Audaces y Los Temerarios. Para

elegir los partidos se colocaron los nombres de los equipos del grupo A en una bolsa y los del equipo B en otra bolsa distinta, luego se realizó la extracción al azar de un nombre sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer partido sea entre Los Leones y Los Valientes?

R: _______

• ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer partido no le toque jugar a Los Tigres con Los Temerarios?

R: ______

• ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer partido no le toque jugar a Las Águilas?

R: ______

• ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer partido le toque jugar a Las Panteras?

R: ______

	• Si en el primer partido le tocó jugar a Los Tigres con Los Guerreros, ¿cuál es la probabilidad de que en el segundo partido le toque jugar a Las Águilas con Los Valientes?
	R:
b.	Para un concurso de cueca las parejas de un grupo folclórico se elegirán al azar entre los hombres y mujeres que participan. Al grupo folclórico asisten Patricia, Elizabeth, Isidora, María Isabel, Camila, Esteban, Francisco, Felipe, Tomás y Carlos. Si se colocan los nombres de las mujeres en una bolsa y la de los varones en otra y se extraen sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera pareja de baile sea Isidora y Felipe?
	R:
	• ¿Cuál es la probabilidad de que la primera pareja no sea Camila y Carlos?
	R:
	• ¿Cuál es la probabilidad de que Elizabeth salga seleccionada en la primera pareja?
	R:
	• ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera

- Con la información dada, crea problemas que puedan ser resueltos con la estrategia y compártelos con tus compañeros y compañeras.
- a. Las mascotas de Javier son un perro, un gato y un hámster, y las de Ignacia son un loro, una iguana y un hurón.

Pregunta: _		
Respuesta: .		

b.	Los helados se pueden preparan con crema, baño de chocolate, coco rallado, en cono, vasito o copa
	Pregunta:
	Respuesta:

pareja no salga seleccionado Esteban?

Revisando mis procesos

Responde las siguientes preguntas sobre la estrategia utilizada.

- 1. ¿Utilizaste la misma estrategia en todos los problemas? Si no fue así, ¿por qué?
- 2. Si utilizaste otra estrategia explícala.
- **3.** ¿En qué caso crees que no es práctico utilizar esta estrategia?

PARTE I Para repasar contenidos

Marca la alternativa correcta.

1 En la siguiente tabla de frecuencias, ¿cuáles son, respectivamente, los valores de A, B, C y D?

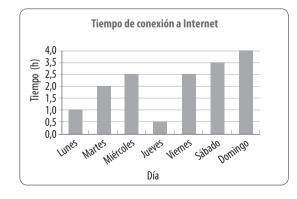
Valor	f	f _r	F _r
1	2	В	В
2	10	50%	C
3	А	D	100%

- **A.** 8, 10%, 60% y 40%.
- **C.** 8, 60%, 10% y 40%.
- B. 40, 10%, 60% y 8.
- **D.** 8, 40, 60 y 40.
- 2 Los siguientes diagramas de tallo y hojas muestran las alturas en centímetros que alcanzan dos grupos de plantas luego de 10 días de un tratamiento de fertilización. ¿En qué grupo hay más plantas que miden entre 2 y 4 cm?

Grupo A												iru	ро	В				
							9	0	2									
1	2	2	3	4	6 7	7	8	1	3	4	4	5	5	7	8	9	9	9
1	1	1	2	3	7	9	9	2	1	1	1	3	5	6	8	8		
			2	5	7	8	8	3	0	0	2	4						
					1	2	3	4	4	5	6							
							1	5										

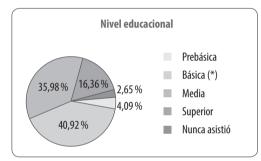
- A. En el grupo A.
- B. En el grupo B.
- C. En ambos grupos hay igual cantidad.
- D. No hay plantas con esas medidas.

A partir del siguiente gráfico, que muestra la cantidad de horas que Pablo se conecta a Internet, contesta las preguntas 3 y 4.



- 3 ¿Qué día Pablo estuvo más tiempo conectado a Internet?
 - A. Lunes.
- C. Sábado.
- B. Martes.
- D. Domingo.
- 4 ¿Qué día estuvo conectado menos de una hora?
 - A. Lunes.
 - B. Martes.
 - C. Miércoles.
 - D. Jueves.

El siguiente gráfico muestra el nivel educacional de las personas mayores de 5 años, según el censo realizado el año 2002. Total de personas encuestada: 13 965 359.



Con respecto al gráfico responde las preguntas 5 y 6.

- 5 ¿Cuál es el nivel educacional que presenta un porcentaje entre el 10% y 20%?
 - A. Media.
- C. Superior.
- B. Básica.
- D. Prebásica.
- 6 ¿Cuál es el número de personas que representa, aproximadamente, el segundo nivel educacional más bajo?
 - A. 571 183 personas.
 - B. 370082 personas.
 - C. 37 008 201 personas.
 - D. 57118318 personas.

PARTE II Para practicar habilidades

Resuelve los siguientes problemas.

a.	Si un grupo de 30 trabajadores de una empresa corresponden a una muestra, ¿cuál podría ser el estudio estadístico en que estén involucrados? Da dos ejemplos.
	R:
b.	Se desea conocer el promedio de edad de los 40 invitados a una fiesta de cumpleaños. ¿Cuál es la población en el estudio?
	R:
C.	Los siguientes datos son las edades de las personas que se atendieron en un centro médico en un día:
	51; 23; 11; 30; 91; 21; 11; 32; 58; 16; 11; 19; 28; 34; 11; 37; 7; 44; 37; 4; 3; 11.
•	¿Cuál es la edad promedio de los visitantes del centro médico?
	R:
•	¿Qué edad tiene la mayoría de las personas que visitaron el centro médico?
	R:
•	¿Cuál es la mediana de la edad de las personas que fueron al centro médico?
	R:
•	¿Qué medida de tendencia central de las obtenidas anteriormente representa de mejor manera los datos?
	R:
•	¿Qué sucede con las medidas de tendencia central si se elimina la edad de 91 años? ¿Cuál cambia? ¿Cuál se mantiene?
	R:
•	Si no se considera la edad de 91 años, ¿cuál de las medidas representa de mejor manera el conjunto de datos? ¿Por qué?
	R:
•	¿Con qué gráfico representarías los datos? ¿Por qué?
	R:
•	¿Es posible representar los datos en un gráfico circular? ¿Cómo lo harías?
	R:

•	Claudia dice que se debería representar los datos
	en un gráfico de línea ya que la variable edad
	en años es tiempo. ¿Estás de acuerdo con ella?
	Justifica tu respuesta.

	en años es Justifica tu	tiempo. ¿E	stás de ac			
	R:					
d.	¿Cuál es el e de seis cara		uestral al	lanzar un	dado	
	R:					
e.	Se repitió el una urna co obtuvieron	n bolas m	narcadas <i>A</i>	A, В, С у D		
	Suceso	А	В	C	D	
	f	255	260	250		
•	¿Cuántas ve	eces se rea	lizó el exp	erimento?	1	
 ¿Cuál debiera ser la frecuencia relativa de cada suceso si el experimento se repite muchas veces más? R: 						
			1.6			
•	¿Cuál es la p obtener un				iceso	
	R:					
	• Si aumenta el número de extracciones la cuánto					

•	Si aumenta el número de extracciones, ¿a cuánto
	debiera tender la probabilidad de cualquier
	suceso?

R:	
Si de una caja con 4	4 fichas blancas y 8 negras

f. se sacan dos con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda sea negra?

R:		

g. Una urna contiene 3 bolitas azules, 2 rojas, 2 verdes y 1 amarilla. Si la probabilidad de extraer una bolita de cierto color es 0,125, ¿a qué color corresponde la bolita extraída?

R·	

• Si la probabilidad de extraer una bolita de cierto color es 0,375, ¿a qué color corresponde la bolita extraída?

R:		

• Si la probabilidad de extraer una bolita es 0,25, ¿a qué color corresponde la bolita extraída?

R:			

Solucionario

UNIDAD 1 Números

Sección 1 Números enteros

Lección 1 (Páginas 6 y 7)

- a. Positivos: 19, 302, 543 y 1270. Negativos: -32, -76, -108 y -903.
- b. Positivos: 1 456, 543 y 15 466. Negativos: -984, -7080 y - 2002.

2.

a. 23000

b. 6

- **c.** -3 d. -15
- e. 12
- f. 0

g. -6

- 3.
- a. Ejemplo: el precio del cobre subió 1 dólar.
- b. Ejemplo: la cantidad de kilómetros que falta para llegar es de 34.
- c. Ejemplo: el edificio mide 65 metros.
- d. Ejemplo: se espera que para el año 2500 d. C la esperanza de vida sea de 120 años.
- e. Ejemplo: la temperatura de congelación del agua es a los 0 °C.

4.

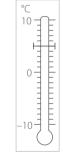
- a. $-98 \rightarrow 98$
- f. $1329 \rightarrow -1329$
- b. $12 \rightarrow -12$ c. $-65 \rightarrow 65$
- q. $-18 \rightarrow 18$
- h. $0 \rightarrow 0$
- d. $-170 \rightarrow 170$
- i. $1 \rightarrow -1$
- e. $55 \rightarrow -55$

5.

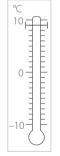
a.



b.



C.



- 3 °C bajo cero
- T° máxima 5°C
- Tº mínima 9°C

6.

- a. 0
- c. -7
- g. 100

- b. 4
- e. -10

7.

- a. F, pertenece al conjunto de los números enteros.
- b. F, porque falta el 0.
- c. V
- d. F, si es un número entero.
- e. V
- f. V

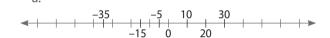
- 8.
- a. Al medio día la temperatura fue de 6 grados Celsius.
- b. El buzo llego a -7 metros.
- c. El avión se encuentra a 500 metros.
- d. El jugador aparecerá con -3000 puntos.
- e. Aparecerá -\$ 15 000 en su estado de cuenta.

Lección 2 (Páginas 8 y 9)

1.

- a. 14 se ubica a la derecha de 7.
- **b.** -10 se ubica a la derecha de -15.
- c. 20 se ubica a la izquierda de 49.
- d. 2 se ubica a la derecha de -9.
- e. -7 se ubica a la izquierda de 3.
- f. 13 se ubica a la derecha de -13.
- g. 25 se ubica a la izquierda de 27.
- h. -18 se ubica a la izquierda de 9.
- i. -1 se ubica a la derecha de -10.

2.



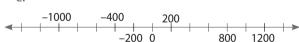


-300

d.



e.



3.

a.
$$-401 < -112 < 0 < 27 < 31 < 153 < 215$$

- b. -767 < -686 < -423 < -11 < 12 < 425 < 435
- c. -288 < -135 < -110 < -22 < 101 < 136 < 413
- d. -290 < -289 < -288 < -271 < 288 < 289 < 290
- e. -1090 < -819 < -354 < -345 < 3 < 1000 < 1090

4.

- a. 91
- d. 534
- q. 23332

600

- b. 85
- e. 938
- h. 17

- **c.** 65
- f. 3244

5.

a. =

d. =

b. <

e >

c. >

f, <

6.

- a. F, se ubica a la derecha.
- b. V
- c. V
- d. F, se ubican los número enteros negativos.
- e. V
- f. V
- g. V

7.

- a. F. el valor absoluto de cero es cero.
- b. V
- c. V
- d. V
- e. F, es siempre positivo.
- f. F, corresponde a su distancia al cero.

8.

- a. Hizo más frío a las 9 de la mañana.
- b. Pitágoras nació primero.
- c. Arquímedes.
- d. El papiro egipcio.
- e. El número puede ser 24 o -24. En el caso que sea 24, el inverso aditivo es -24, en el caso que sea -24 el inverso aditivo es 24.
- f. Juana tiene razón, ya que solamente cuando el número sea negativo su valor absoluto será mayor, de lo contrario es igual.

Desafío: El número es -8.

Lección 3 (Páginas 10 y 11)

1.

- **a.** −68
- e. -727
- i. -41

- **b.** 15
- f. -89
- j. 0 **k.** 0

- **c.** -522 d. -21
- **q.** 1043
- h. -327

2.

- a. -1
- c. -1
- e. 6

g. 4084

- b. 3
- d. 6
- f. -500

- 3.
- a. Tiene un saldo de \$500.
- b. Aparece un saldo de -\$ 16600.
- c. Llegó a 9 metros de profundidad.
- d. Carlos queda con 1763 puntos.
- e. La temperatura final será de -23 °C.
- f. Nació en el año 287 a.C.

- g. En el año 44 a. C.
- h. A 3650 metros de altura.
- i. -5
- i. Es de -\$ 16300.
- k. A favor de \$ 190.
- I. La máxima sería de 28 °C.
- m. Es de 293 K.
- n. Marcaba −2 °C
- ñ. La altura del volcán es de 2269 metros.
 - El submarino se encuentra a 1031 metros de distancia vertical del cráter del volcán.
- o. El pozo se encuentra a 15 m de profundidad con respecto al terreno.
- p. Se registra –7 °C.
- q. Su saldo será de \$27464.
 - El nuevo saldo será \$ 183 881.
- r. Tuvo pérdidas por 100 millones de pesos.

Desafío: x = -3

Lección 4 (Páginas 12 y 13)

1.

- a. -177
- **d.** -268
- q. -218**h.** 350
- i. 0 k. 0

- b. -69 **c.** 666
- e. 21 f. 141
- - i. -52

2.

- **a.** 58
- d. -24
- **q.** 62

- **b.** 73 c. 87
- e. -260 **f.** 18
- h. 34 i. -18

- 3.
 - a. F, es el número positivo.
 - b. V

 - d. F, dependiendo del minuendo y sustraendo, la resta puede ser cero, mayor que cero o menor que cero.

4.

- a. Por ejemplo: -1, -3, -5, -7.
- b. Por ejemplo: -3, 1, 5, 9.
- c. Por ejemplo: -8, -10, -12, -14.
- d. Por ejemplo: -18, -15, -12, -9.

5.

- a. Resulta 5.
- b. La persona vivió 82 años.
- c. Fue de 12 °C.
- d. El equipo B con 9 goles.
- e. Recorre 888 metros
- f. Fs de 17 °C
- g. La máxima sería de 25 °C.

Solucionario

- h. Se detuvo en el piso 3.
- i. La diferencia es de 19 730 metros.
- j. La temperatura al mediodía era de 6 °C.
- k. Era de 840 m de altura.
- I. Perdió \$3000000.
- m. Transcurrieron 1376 años.
- n. El número es -65.
- ñ. Hav 554 m de distancia.
- o. Transcurrieron 1554 años.

Desafío: x = -11

Lección 5 (Páginas 14 y 15)

1.

- a. Conmutatividad en la adición.
- b. Elemento neutro aditivo.
- c. Asociatividad en la adición.
- 2. Un ejemplo podría ser:

a.
$$(2 + (-3)) + 5 = 2 + ((-3) + 5)$$

b.
$$3 + 0 = 3$$

c.
$$7 + (-7) = 0$$

3.

4.

- a. V
- b. F, el opuesto de cero es cero.
- c. F, sí se cumple ya que la adición es conmutativa en los números enteros.
- d. F, se obtiene -11 y 7.

5.

a. Si 2 y (-10) pertenecen al conjunto de los números enteros, entonces 2 + (-10) = 8, donde 8 pertenece al conjunto de los números enteros.
 Si 5 y (-8) pertenecen al conjunto de los números enteros, entonces 5 + (-8) = -3, donde -3 pertenece al conjunto de los números enteros.

- b. Sí, también cumple la propiedad de Clausura, por ejemplo, 6 pertenece al conjunto de los números enteros y 7 pertenece al conjuntos de los números enteros, luego 6 7 = –1, que pertenece al conjuntos de los números enteros.
- c. La división, ya que 2:6 no pertenece al conjunto de los números enteros, pero 2 y 6 si pertenecen a dicho conjunto.

6.

b.
$$2 \Theta 1 = 2 + (-1) + |2| = 3$$

 $1 \Theta 2 = 1 + (-2) + |1| = 0$

Por lo tanto, la operación no es conmutativa para el conjunto de los números enteros.

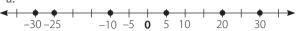
- c. 3 ⊖ (1 ⊖ 2) = 3 ⊖ 0 = 3 + (-0) + 2 = 6
 (3 ⊖ 1) ⊖ 2 = 5 ⊖ 2 = 5 + (-2) + 5 = 8
 Por lo tanto, la operación no es asociativa en el conjunto de los números enteros.
- d. No se cumple, ya que: $a \Theta - a = a + (-(-a)) + |a| = a + a + a = 3a$. Ejemplo: 1 + (-(-1)) + |1| = 1 + 1 + 1 = 3.
- e. No se cumple, ya que: $a \Theta 0 = a + 0 + |a| = a - 0 + a = 2a$. Ejemplo: 2 + (-0) + |2| = 4.
- f. Si p y q pertenecen a los números enteros, entonces p Θ q también, por lo tanto la propiedad de clausura se cumple.
- 7. Por ejemplo, la operación: a \$ b = ba ab
 - a. Sí se cumple.
 - b. Sí se cumple.
 - c. Sí se cumple.
- **8.** Hay propiedades para la multiplicación de números enteros, como la propiedad conmutativa, asociativa, elemento neutro (1) y la propiedad distributiva que asocia la multiplicación con la adición.
- **9.** Las propiedades de los conjuntos numéricos permiten establecer reglas que unifican los procedimientos y cálculos, facilitando la resolución de las operaciones.

10.

- a. Está equivocado Diego, ya que por ejemplo $2-3 \neq 3-2$.
- b. La conmutatividad y la asociatividad no se cumplen, pero la clausura si se cumple.

¿Cómo voy? (Página 16)

1. a.



b. -120 -60 -20 **0** 20 60 100 120



d. -400 -200-100 **0** 100 200 500 700

2.

- a. F c. F
- e. V
- g. V

- b. V d. V
- f. F
- h. F

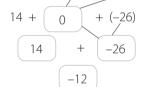
3.

- a. –4
- **c.** 32
- e. -6

- b. 11
- **d.** 25

4.

a.
$$14 + (-25) + 25 + (-26)$$



Inverso aditivo

Elemento neutro

b. [4 + (-15)] + 15

4

Asociativa

Inverso aditivo

Elemento neutro

Desafío de integración (Página 17)

1.

- a. 200
- **b.** -3
- **c.** 6

2.

- a. −4 °C
- b. -11
- **c.** -4 y -3
- d. La temperatura aumento en 18 °C.
- e. Le faltó descender 17 metros o bien, –(17) m.
- f. Tiene un saldo en contra de \$ 20 000 o bien, tiene un saldo de -\$ 20 000.
- g. El número es 10.
- h. Fl número es –32

- i. Gana Francisca con 4 puntos.
- j. El balance es de \$ 14800000.
- k. Descendió 13 grados Celsius.
- I. El saldo final es de \$343663.
- m. 3250 grados Fahrenheit.
- n. La diferencia es 1266 grados Fahrenheit.
- ñ. La diferencia es de 96 000 pies.

Resolución de problemas (Páginas 18 y 19)

1.

- a. Amaneció con 1°C.
- b. Lo separan 6 plantas.
- c. 4 unidades más abajo que su posición inicial.
- d. En 9 días.
- e. A media noche la temperatura era de 13 °C.
- f. Se encuentra 6 m sobre el nivel del mar. Sí, cuando baja 15 m, queda 4 m bajo el nivel del mar.
- g. La mínima fue de 0 °C y la máxima de 15 °C.
- h. Subió 24 m.
- i. Luis quedó con 2350 puntos y María con -50 puntos. Ganó Luis.

2.

- a. La diferencia es de 146 grados Celsius.
- b. Su altímetro marca 5410 m.
- c. El saldo será de \$ 94 000.
- d. Juan queda con \$65000 a favor, Esteban con \$5000 en contra, por lo tanto si comparten ganancias y pérdidas a cada uno le corresponde \$30000.
- e. El globo se encuentra a 3600 m de altura.
- f. El primer equipo queda con 5 jugadores y el segundo con 7. El segundo equipo gano.

3.

- a. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo respecto a una boya submarina que se encuentra a 5 m de profundidad? R: 7 metros
- **b.** ¿Qué temperatura tiene Marcela después que se le pasó el efecto del jarabe? R: 40 °C.

Sección 2: Fracciones, decimales y porcentajes

Lección 6 (Páginas 20 y 21)

1.

- a. 0,77
- **c.** 3,3
- e. 3,1

- **b.** 2,3
- **d.** 0.43
- f. 3,7

2.

a. 2,8

d. 3,52

- **b.** 1,675
- **c.** 2,625

Solucionario

a.
$$\frac{99}{100}$$

e. $\frac{1647}{200}$

b.
$$\frac{163}{100}$$

f. $\frac{12903}{1000}$

c.
$$\frac{16}{5}$$

d.
$$\frac{2607}{50}$$

h. $\frac{15432}{125}$

a.
$$\frac{1}{5} < 0.99 < \frac{33}{10} < 8.564$$

b.
$$\frac{3689}{10000} < 0.633 < \frac{15}{20}$$

c.
$$0 < 0.1 < \frac{11}{100} < \frac{3}{25}$$

a.
$$\frac{3}{5}$$
 km.

b. Sembró en 0,25 de su campo.

c. Sí.

d. 0,125 kg.

e.
$$23\frac{1}{2}$$
 m.

6.

a. El de
$$\frac{1}{4}$$
 kg.

b. En la mañana.

c. Javier.

d. Pistacho.

e. A jugar voleibol.

f. No.

g. El tiranosaurio Rex.

h. Representan $\frac{1}{5}$ del total.

i. Beatriz. Beatriz recibe 6 manzanas y Alfonso 5.

i. El segundo.

k. Marcela.

I. Respuestas variadas, por ejemplo: $\frac{1}{6}$ o $\frac{2}{11}$.

m. Respuestas variadas, por ejemplo: 0,924 o 0,925.

Lección 7 (Páginas 22 y 23)

1.

a. 1

f. $\frac{329}{32}$

g. $\frac{13636}{175}$

h. 1

e. $\frac{182}{27}$

g. 100

h. 10

d. 4

e. $\frac{87}{22}$

i. $\frac{23}{6}$

a. $16 \,\mathrm{m}^2$.

b. 1408 varones.

c. Le corresponden \$7820 a cada uno.

d. Alcanza para 20 vasos.

e. Caminó con María 200 metros.

f. 10 vasos.

g. Se destino $\frac{3}{10}$ del afiche.

h. Se obtendrán 8 trozos.

i. 450 m² para cabañas, 300 m² para piscina y 450 m² para juegos.

j. Se recortaron $\frac{3}{10}$ de la cartulina.

k. La que recorre 45 km en media hora.

I. Hay 6 cajas.

m. Se ha sacado $\frac{3}{5}$ de su capacidad.

Quedan 32 litros.

n. Representa $\frac{1}{7}$ del total.

Representan 8000 m², 4000 m² y 2000 m² respectivamente.

 $\tilde{\mathbf{n}}$. Representan $\frac{1}{6}$ del total. Habían 120 periódicos.

o. 80 kg.

p. Cabe 6 veces.

Lección 8 (Páginas 24 y 25)

 a.
 25
 e.
 5,36
 i.
 1016,301

 b.
 83,9
 f.
 27 482,7
 j.
 144,033

 c.
 6 421,8
 g.
 3,6672
 k.
 43,8955

 d.
 13,2321
 h.
 2,67546
 l.
 0

2.

a. 0,76

g. 12,704329

b. 198,02 **c.** 45,678

h. 4,3564

i. 1,9424

d. 6,4

j. 10000 k. 1

e. 2,5 f. 28,07115385

I. 73

3.

	•	4	10	7,5	18,21
a.	5,3	21,2	53	39,75	96,513
b.	7,24	28,96	72,4	54,3	131,8404
c.	9,47	37,88	94,7	71,025	172,4487
d.	10,12	40,48	101,2	75,9	184,2852

4.

- a. 298,258; 1491,29; 14912,9
- **b.** 3,9;13;60,19
- c. 47,6; 9,52; 2,8

5.

- a. Sí, se obtienen 12.
- b. Le conviene el Banco No pierda dinero y ahorra 0,8 dólares.
- c. Se ahorra 546 pesos.
- d. 18,71904 m² de área.
- e. 0,05 litros de cloro.
- f. 3.4 cm de ancho.
- g. 74,86 kg de cada uno.
- h. Mide 51,9935 cm².
- i. Le alcanza para 4 trozos y le sobran 52,5 cm de cable.
- j. Área de 8,1225 cm² y perímetro de 11,4 cm.
- **k.** 1,7 cm.
- n. 18,66875 litros.

- I. 22 UF.
- 950 km.
- m. 116,44 toneladas.
- \tilde{n} . 0,772 m².

Desafío: Felipe se equivocó al escribir la coma en el resultado final, debe ser 46,8.

Lección 9 (Páginas 26 y 27)

- a. 4:7
- **b.** 5:11
- **c.** 3:12

2.

- a. 34%
- **b.** 12%
- c. 52%

3.

- a. F
- b. V
- c. F
- d. V

4.

- **a.** La razón es 5 : 7.
- **b.** La razón es 3 : 8.
- **c.** La razón es 4 : 7.
- d. Hav 25 mesas.
- e. La razón es 10:17.
- f. 200 juegos de copas.
- g. En un 3%.
- h. El 50%.
- i. 70 cuadernos.

- j. 65 apoderados.
- k. El 99 % no tiene
- tablet.
- I. El 10% faltó ayer.
- m. Al 25%.
- n. Llevo leído el 80%.
- ñ. El 10% no lo trajo.
- o. Al 85%.
- p. El 20 % está ocupada.

- q. El 25 % no trajo material.
- r. El 100 % llegó temprano, el 0% no llegó temprano.
- s. El 80 % no se vacunó.
- t. El 80% realiza otras actividades.
- u. 60 puntos.
- v. El 95 % tiene ojos de otro color.

Lección 10 (Páginas 28 y 29)

a.
$$\frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0.3$$

a.
$$\frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0.3$$
 e. $\frac{92}{100} = \frac{23}{25} = 0.92$

b.
$$\frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0.45$$
 f. $\frac{48}{100} = \frac{12}{25} = 0.48$

f.
$$\frac{48}{100} = \frac{12}{25} = 0.48$$

c.
$$\frac{22}{100} = \frac{11}{50} = 0.22$$

g.
$$\frac{68}{100} = \frac{17}{25} = 0.68$$

d.
$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0.4$$

h.
$$\frac{88}{100} = \frac{22}{25} = 0.88$$

2.

- **a.** 5
- e. 920
- i. 109,36

- **b.** 27.9
- f. 4675 **q.** 18
- i. 4,8

- **c.** 432 **d.** 5
- h. 202,4
- **k.** 33,75 I. 105.3

3.

- a. V
- b. F
- c. V
- d. F

4.

- a. Avanzó 2 km.
- b. Se consumieron 375 panes.
- c. Faltan 960 litros de agua.
- d. Le costó \$ 18720.
- e. En total recibió \$427000.
- f. Hay 360 mujeres que tienen entre 20 y 30 años.
- g. \$11250.
- h. 43,75 g y aproximadamente 23 yogures
- i. Ancho 8,0818 m y alto de 0,9508 m.
- j. Los lados miden 3 cm, 4 cm y 5 cm.
- k. 0,75 litros, 0,3 litros y 1,35 litros.
- I. Hablan un solo idioma 115 500 habitantes.
- m. El 33.3%
- n. 46 alumnos extranjeros de los cuales 27 son peruanos.
- ñ. 5 vueltas.
- o. El perímetro es 27 cm.
- p. Quedan por recorrer 150 km.
- q. Con 36 puntos.
- r. Posee 78 gramos.

Solucionario

Desafío: Obtuvo 57 puntos. Obtuvo un 6,6.

Lección 11 (Páginas 30 y 31)

- 1.
- a. 18260
- e. 579754,35
- **b.** 677,82
- f. 62216,505
- **c.** 61 025,83
- **q.** 1447303
- d. 26336,15
- h. 20513,74

- 2.
- a. \$14280
- e. \$65450
- **b.** \$53550
- f. \$119,000
- c. \$29750
- **q.** \$238000
- d. \$95200
- h. \$595000

- 3.
 - a. \$43000
- d. \$54000
- **q.** \$430000

- **b.** \$14200
- e. \$72000
- h. \$987000

- **c.** \$70300
- f. \$150000

- a. F
- c. V
- e. F

- b. V
- d. F

- 5.
- a. Área = 42 cm^2 . Área = 10.5 cm^2 .
- b. Podría llegar a medir 161,5 cm.
- c. Se descuenta \$ 263.6.
- d. Aproximadamente 30,68 kg.
- e. Un descuento del 25%.
- f. Es 166 873 204.
- g. El celular cuesta \$ 185 000.
- h. Costará \$ 6375, El 10 de agosto costará \$ 5737, 5. Era de \$ 14032.7.
- i. El precio de venta es de \$5760.
- j. El precio original era \$19990.
- k. El precio de venta es \$68850.
- I. El lunes costaba \$12000.

¿Cómo voy? (Página 32)

- 1.
- a. 0,8

c. 0,14

b. 2,125

d. 4,4375

- a. $5\frac{1}{2}$ b. $2\frac{3}{25}$ c. $4\frac{23}{100}$ d. $\frac{23}{100}$

- c. 0,4928 e. $\frac{405}{8}$
- b. $4\frac{7}{12}$ d. 5,625 f. -0,299

4.

Porcentaje	Se lee	Significa	
4%	Cuatro por ciento	4 de cada 100	
16%	Dieciséis por ciento	16 de cada 100	
29%	Veintinueve por siento	29 de cada 100	
19%	Diecinueve por ciento	19 de cada 100	
37 %	Treinta y siete por- ciento	37 de cada 100	

- 5.
- a. La razón es 9:24 lo que equivale al 37,5%.
- b. La razón es 10:16 lo que equivale al 62,5%.
- c. La razón es 6:48 lo que equivale al 12,5 %.

Desafío de integración (Página 33)

- 1.
- a. El resultado es $2\frac{4}{15}$.
- b. La mitad de su área es 0,9275 m².
- c. El perímetro es 54,8 cm y su área es 187,69 cm².
- d. No se ha ocupado $1\frac{1}{9}$ del estanque.
- e. Se pueden comprar 12 chaquetas.
- f. Cada uno mide 1,74 m.
- g. Realizo caminando 580 m.
- **h.** Es 3237.
- i. Se pueden llenar 4 tazones.
- j. El 50% son mujeres.
- k. Está despierto 66,6%.
- I. Se han escrito 60%.
- m. El 80% no son defectuosas.
- n. Está libre el 75 %.
- ñ. Gastó un 63,8%.
- o. Se paga \$5391000.
- p. El precio de venta es \$ 26 001,5.
- q. El precio sin IVA es \$45000.
- r. El valor de venta será \$ 2707 aprox.
- s. El sueldo es \$350000
- t. El sueldo antes del reajuste era de \$450 000.

Resolución de problemas (Páginas 34 y 35)

- 1.
- a. Equivale al 85 %, Cuesta \$ 236 300. El descuento equivale a \$41 700.
- b. Dentro del cine costaría \$ 1678 aprox.
- c. No le alcanza ya que queda en \$153000.
- d. Los vende en \$98 aprox.
- e. Si le alcanza porque los pasajes quedan en \$4760.

- f. Debe venderlos a \$338 cada uno.
- g. El precio al contado es \$ 149760 y el precio en cuotas es \$ 170040.
- h. La capacidad de la nueva botella es 1,875 litros.
- i. Antonia está en lo correcto.
- j. Recibe \$419640.

2.

- a. Da lo mismo ya que los descuentos y aumentos se hacen con respecto al mismo 100% por lo tanto el orden no afecta.
- b. El empresario.
- c. Ambos tienen la razón. Ya que el 50 % de 200 es 100, por lo que hubo una disminución del 50 %. El 100 % de 100 es 100, por lo tanto hubo un aumento del 100 %.
- d. Durante el fin de semana costará \$ 19440.
 - Se ahorrará \$ 19440.
 - Se ahorra \$ 17280.
 - Se ahorró \$ 43 950.

3.

- a. Pregunta: ¿Cuál es el precio con el descuento? Respuesta: \$ 3750.
- b. Pregunta: ¿En cuánto se incrementó el precio? Respuesta: En un 83 % aprox.

Sección 3 Potencias

Lección 12 (Páginas 36 y 37)

1.

- a. 12⁵
- **c.** 10⁶
- b. 2⁷
- **d.** p¹⁰

2.

- a. $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$
- b. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$
- c. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$
- d. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15625$
- e. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$
- f. $54 \cdot 54 = 2916$
- $a. 45 \cdot 45 \cdot 45 = 91125$
- h. $21 \cdot 21 \cdot 21 = 9261$
- i. $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 759375$

3.

- a. =
- c. =
- e. =

- b. ≠
- d. ≠
- f. ≠

4.

- a. 100000
- e. 100000000
- **b.** 10 000 000
- f. 10000000000

c. 1000

- **g.** 10
- d. 1000000 000

5.

a. V

e. F

b. F

f. V

c. F

g. V

d. V

6.

- a. 6 veces.
- b. 5² conejos.
- c. $16 = 2^4$ alumnos.
- d. En 16 secciones.
- e. 4 veces.
- f. El nuevo galpón tendrá 100 m².
- **q.** Una superficie de 7² cm².
- h. 3 veces.
- i. Se expresa 10¹².
- j. Se expresa 10¹⁸.
- k. Su área es 10⁸ cm².
- I. Considera que 10 10 es 1000.
- m. Caben 1000 tomos.
- **n.** $15 \cdot 10^7$ o $1.5 \cdot 10^8$ km.
- \tilde{n} . $18 \cdot 10^7 \, \text{km}^2$
- o. 29 10⁸ o 2,9 10⁹ km
- **p.** $917 \cdot 10^7$ o $9,17 \cdot 10^9$ km.
- **q.** 6,287 10¹¹ km.
- r. 3 108 metros por segundo.

Lección 13 (Páginas 38 y 39)

1.

- a. 6 unidades de
- c. 0 decenas de mil.
- millón.
- d. 5

b. 7

2.

- a. $50\,000\,000 + 7\,000\,000 + 30\,000 + 4000 + 4000 + 50$
- b. 60 000 000 + 8 000 000 + 20 000 + 5000 + 900 + 70
- c. 90 000 000 + 9 000 000 + 200 000 + 40 000 + 3000 + 60 + 7
- d. 100 000 000 + 20 000 + 4000 + 300 + 90 + 5
- e.5000000000 + 7000000 + 200000 + 10000 + 30
- f. 700000000 + 20000000 + 5000000 + 300000 + 40000 + 200 + 50 + 4
- g.900000000 + 400000 + 30000 + 5000 + 3

3.

- a. $1 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^0$
- b. $5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^0$

Solucionario

- c. $7 \cdot 10^7 + 8 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1$ $+5 \cdot 10^{0}$
- d. $3 \cdot 10^8 + 6 \cdot 10^7 + 8 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3$ $+3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$
- e. $4 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3$ $+9 \cdot 10^{1} + 1 \cdot 10^{0}$
- f. $1 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$
- q. $5 \cdot 10^8 + 7 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^1$
- h. $8 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2$ $+8 \cdot 10^{1} + 4 \cdot 10^{0}$
- i. $9 \cdot 10^8 + 1 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2$ $+3 \cdot 10^{0}$

4.

- a. 73274
- **b.** 534841
- c. 2073 948

5.

- a. Sí, ya que el que está multiplicado por 109 es mayor que el que está multiplicado por 108, debido a que tendrá mayor valor posicional que el segundo número.
- b. El número era 28456.
- c. La distancia mínima es 356 400 km.
- d. El número es 311 441 321.
- e. No se puede saber, necesitamos saber el dígito de la centena de millón. Si es igual necesitaríamos otra información
- f. Unidad de billón, decena de billón centena de billón
- g. Saturno.
- h. La masa de la tierra en toneladas es 59800000000000, Se lee 59 billones, ochocientos mil millones de toneladas.
- i. Tiene 167 000 personas aproximadamente.
- j. 3 10⁵ kilómetros por segundo.
- k. 148 800 000 kilómetros.
- I. La cantidad máxima es 40 500 000 glóbulos rojos.

h. 25000

i. 47800

j. 110000

k. 987 000 000

m. La capacidad es de 8 • 10¹².

Lección 14 (Páginas 40 y 41)

1.

- a. 54000
- **b.** 4500000
- c. 33000000
- **d.** 31000
- e. 1150000
- f. 4000
- g. 8740

- 2.
 - 1.23 10⁵ 32400000 1230000000 a. $3,24 \cdot 10^7$ b. 1,23 • 10⁹ 123 000 c. $8.6 \cdot 10^7$ 878 900 000 d. 8.249 • 10⁶ 93 250 000 e. 9,14 · 10⁵ 86000000

3.

a. $1,7 \cdot 10^4$

f. 8,789 • 108

 $\mathbf{q}. 9,325 \cdot 10^7$

- b. 1,35 10⁵
- c. $1,23 \cdot 10^7$ d. 2.51 • 10⁷
- e. 1.29 10¹⁰ f. 6,025 • 10¹⁰
- g. 1,251 10¹¹ h. 3 • 10¹²

- 4.
 - a. $1.5 \cdot 10^{11}$
- d. $6 \cdot 10^{23}$ e. 6 · 10²⁴
- $\mathbf{q.} \ \ 3 \cdot 10^8$ h. $1,2 \cdot 10^8$

- **b.** 5,3 10⁹ c. $2 \cdot 10^{30}$
- f. $4 \cdot 10^8$
- i. 5.015 10²²

8249000

914000

5.

- a. La distancia de Tierra a Marte. Me fijo en el exponente de la potencia de 10.
- b. 1,794 10²⁵ kg. Multiplicar por 3 el valor que multiplica a la potencia.
- **c.** Se vería a 1,25 10⁵ mm.
- d. 3,784 1016. Se multiplica por 4 la cantidad que multiplica a la potencia, luego se vuelve a expresar en notación científica.
- e. 5 10¹⁴ bytes.
- f. 4,498 10⁹ km.
- g. 7 10¹² euros.
- h. 1,9 10²⁷ kg. Se multiplica por 317,94 la cantidad que multiplica a la potencia, luego se vuelve a expresar en notación científica.
- i. 5,85 10⁷ km.
- i. 2,28 10⁸ km
- **k.** 7.8 10⁸ km
- I. 3,5 10¹⁰ litros
- m. 1,578 108 segundos.
- n. 3,36384 109 latidos
- \tilde{n} . 3.1536 10⁷ estrellas.

¿Cómo voy? (Página 42)

1.

- a. 10⁵
- d. 0,075412

b. 10^2

e. 10⁵

c. 0,003

f. 0

- g. 4000000012,54
- j. 3 10¹⁰

h. 10⁵

- **k.** 12000
- i. 0,00005
- **I.** 425 000

2.

- a. 2315382
- **c.** 700 030 409
- **b.** 52 013 590
- d. 6249011

3.

- a. $1,25 \cdot 10^3$
- e. 5,42 10⁴
- i. $2,15 \cdot 10^6$

- **b.** 3,22 10²
- f. 1,12 10⁵
- i. 1.47 10⁷

- c. 9,91 · 10³
- g. 7,52 10³
- k. 2,10 10⁹

- d. 1,24 10²
- h. 7,86 10⁵

| -

Desafío de integración (Página 43)

1.

- a. Mide 64 cm².
- b. A la 1 de la madrugada.
- c. 10000 bebidas.
- d. 32 puntos.
- e. 3125 pernos.
- f. 500 26 pesos.
- g. Gastó en total 10⁵ pesos.
- h. \$18000 le falta por ahorrar.
- i. Ocupa 160 000 m².
- j. 3 10⁵ pesos.
- k. 443 10² pesos.
- I. $1 \cdot 10^7$ kg de vegetales.
- m. 3,3 · 10⁸ partículas.
- n. 9,12 108 pesos.
- ñ. La cifra de las unidades es 1.

Resolución de problemas (Páginas 44 y 45)

- a. 200 veces más alta.
- b. 2000 millones de personas más.
- c. Había el doble de personas.
- d. A 5 poblaciones aprox.
- e. 1,5 10⁶ colibríes.
- f. 6.51 10⁵ m más.
- g. Se pueden llenar 5000 botellas.
- h. Para 800 pasteles.
- i. 1,22 veces aproximadamente.
- j. Para 460 litros.
- k. 20 veces.
- I. 4580 litros de agua.
- m. 200 mm.

- 2.
- a. 375 veces aproximadamente.
- b. 247 años aproximadamente.
- c. 3,6 veces aproximadamente.
- d. 8 veces aproximadamente.
- e. 5 años aproximadamente.
- f. 8 veces aproximadamente.
- **q.** 4,1 veces aproximadamente.
- h. 3805 años aproximadamente.
- 3.
- a. ¿Cuántas veces la población de Temuco es la población de Santiago? 15 veces aproximadamente.
- b. ¿Cuántas veces es mayor la superficie del desierto Sahara que el de Australia? 2,4 veces aproximadamente.

¿Qué aprendí? (Páginas 46 y 47)

Parte I: Para repasar contenidos

- **1.** D **4.** B **2.** B **5.** D
- **7.** C
- **5.** D
- **8.** B
- **3.** B **6.** C

10. B

9. A

Parte II: Para practicar habilidades

- 11.
- a. La temperatura más baja se registró en Quellón.
- b. La temperatura más alta se registró en Chonchi.
- c. Entre Ancud y Chonchi hay 8 °C de diferencia.
- **12.** -10,4
- 13.
 - a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$

b. $\frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3}$

14.



- 15.
 - a. La brocha vale \$2390
 - b. Le faltaron 15 km. por recorrer.
 - c. Desde el tercer día lee 8 páginas diarias.
 - d. Su lado debe aumentar en 1 cm.
 - e. 12 ovillos.
 - 6 ovillos
 - 6 ovillos de 100 g y 1 ovillo de 50 g.
 - f. El resultado del ejercicio es 1.

$$(-1)^2 + (-1)^3 - (-1)^5 = 1 + (-1) - (-1) = 0 - (-1) = 1$$

g. Hay 1296 ventanas.

Solucionario

h.

Prenda – Valor	Menos 40 % (mujer)	Menos 15 % (hombre)
Bufanda \$ 5640	\$3384	\$ 4794
Gorro \$ 3990	\$ 2394	\$ 3392
Guantes \$4500	\$ 2700	\$ 3825

- Se deben pagar \$ 7650.
- Se deben pagar \$7188.
- Se deben pagar \$ 6776.
- Se le descontaron \$ 2256 a la bufanda de mujer y \$846 a la bufanda de hombre.

UNIDAD 2 Álgebra y relaciones proporcionales

Sección 4 Álgebra

Lección 15 (Páginas 48 y 49)

- a. x-4
- b. $\frac{x}{4} 5$
- c. 3x + 9
- d. $\frac{x}{2} + 3$
- e. x 2x

- f. 3x 2x
- m. $x + \frac{x}{2} \frac{x}{3} < x$

h. $\frac{x}{5} - \frac{x}{10}$

i. 2x = 4

j. x + 3 = 6

k. x + x + 1 > 501. $\frac{x}{2} + 3 < x - 7$

g. $\frac{x - (x + 1)}{3}$

2.

- a. 0,5
- b. $\frac{2}{3}$
- c. 7,12

3.

- a. El perímetro es a + 2(b + c) + d.
- b. Hay f (m + x) cuadernos.
- c. El perímetro es 2q + p + r + 1.
- d. El perímetro es 4(m + 3n).
- e. El perímetro es 2(p + q).
- f. El área es $\frac{WZ}{2}$.
- g. La razón es h m : h.
- h. El área es $\frac{z(x+y)}{2}$.
- i. El largo del alambre es 2(2x + 8).
- j. $\left(x-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ litros.
- **k.** $x \frac{x}{4} 135000$
- I. El área es $\frac{25}{2}$ cm².
- m. Su rapidez es 10 km/h.

Lección 16 (Páginas 50 y 51)

1.

- a. No
- c. Sí
- e. Sí

g. Sí

- b. No
- d. Sí
- f. No

2.

- a. abc; -abc; 0,1 abc
- **b.** $p^5q; 12p^5q; \frac{p^5q}{3}$
- c. w^2 ; 2 w^2 ; -6542 w^2
- **d.** 2, 7, –8
- e. -k; 2k; 0,5k

3.

- a. -6x 1
- b. -7m + 6mn
- c. 9p 8q + pq
- d. -2m-1
- e. 1001 n⁵ m⁵
- f. 6pq + 2p + 4q
- q. 40 u + 40
- h. 2 000 n⁵ m⁵
- i. $-2xy^2 + 2xy + 2x^2y$
- j. -6a + 4b + by

4.

- a. El perímetro es 12y + 28.
- b. El perímetro es 6k + 7.
- c. El perímetro es 2(4r + 8p).
- d. El perímetro es 2(7j + 21).
- e. El perímetro es 22x + 14.
- f. El área total es 2ab + 2ac + 2bc.
- g. Se equivocó en la distribución del signo. El resultado de la distribución es 2ab – 5b – 3b + 7ab. El resultado final es 9ab – 8b.
- h. Está correcta pero se puede volver a reducir obteniendo 11xy.
- i. Si se puede reducir pero queda la expresión $4p^2q - pq$
- i. 3x + 27
- k. Se debe sumar 3x 9y.
- I. 0,9 p.
- **m.** 1,3 c.
- n. 29 + 2x
- \tilde{n} . 2x 10 si x es la cantidad de mujeres.
- o. x: cantidad de dinero inicial, por lo tanto le queda 🚣
- **p.** x: ancho, por lo tanto el perímetro es 2(2x + 6).

Lección 17 (Páginas 52 y 53)

1

a.
$$x = 5$$

c.
$$x = 10$$

e.
$$m = 5$$

b.
$$x = 2$$

d.
$$p = 5$$

2.

- a. No
- c. Sí
- e. No
- **g.** Sí

- b. Sí
- d. No
- f. No
- h. No

3.

- a. resta 10
- d. dividir 10
- b. dividir por 5
- e. sumar 45
- c. sumar 87
- f. dividir 12

4.

- **a.** 333
- **c.** 9
- e. 100,1

- **b.** 8
- d. 47
- f. 88

5.

- a. Tenía \$ 20 800 en el bolsillo.
- b. El número es 4,2.
- c. Tiene 19 años.
- d. El lado menor mide 2 m y el mayor 3 m.
- e. Los lados miden 10 cm, 11 cm y 12 cm.
- f. La medida es 4 cm.
- g. El libro cuesta \$ 2625.
- h. Las medidas son 3 cm y 8 cm.
- i. El otro cateto mide 3 cm.
- j. Los ángulos son 20°, 60° y 100°.
- k. 7 años y 11 años.
- I. 30 problemas.
- m. 3 cm mide cada lado.

Lección 18 (Páginas 54 y 55)

1.

- a. x > 3
- **b.** 10,5 > u
- **c.** 2 < x
- **d.** p < 5

2.

- a. No
- c. No
- d. No

b. No3.

- **a.** Sumar 10.
- b. Dividir por 6.
- c. Sumar 35.
- d. Dividir por 890
- e. Restar 0,2.
- f. Sumars.

- g. Dividir por –2 y cambiar el sentido
 - de la desigualdad.

e. Sí

h. Dividir por -14 y cambiar el sentido de la desigualdad.

- 4.
- a. x > 57
- **c.** t < 539
- e. m < 130

- **b.** b > 729
- **d.** d < 25
- f. $r > \frac{11}{16}$

5.

- a. No, todos los números menores que $\frac{50}{3}$.
- **b.** Al dividir por un número negativo se debe invertir el signo de la inecuación.
- c. No, el conjunto de valores mayores que 4.
- d. No, porque no despeja correctamente la inecuación.
- e. No, x < 1,23.
- f. Esteban, porque el sentido de la desigualdad cambia cuando es una división de números negativos.
- g. Isidora, porque la inecuación se resuelve como una ecuación normal pero la división de números negativos cambia el sentido de la desigualdad.
- h. Andrea, no hay división por números negativos.
- i. No, porque con 14 resulta 21 > 21 lo que es falso.
- j. Almendra, porque resuelve correctamente la inecuación.
- k. Menos de 5 horas.
- I. A los más \$6250.
- m. A lo menos un 4,7.

Lección 19 (Páginas 56 y 57)

1.

- a. P + L = 41
 - P L = 1
 - P = 21
 - L = 20. Luis tiene 20 años.
- b. 4a = 144
 - a = 36. Su lado mide 36 cm.
- c. $x \frac{x}{2} 2 = 17$
 - x = 38. Hay 38 alumnos en el curso.
- d. x + x 1 + x + 1 = 153
 - x = 51. El número es 51.
- e. 4a = 1048
 - a = 262. La longitud de su lado es 262.
- f. $\frac{X}{3} = 66$
 - x = 198. El número es 198.
- q. 0.7x = 4.2
 - x = 6.0. La nota final es 6.0.
- h. 0.3x = 1500
 - x = 5000. El precio es \$ 5000.
- i. c + 55 = 114
 - c = 59
 - 2c = 118

El doble de la edad de Cristian es 118 años.

Solucionario

- i. x + 71998 = 359990
 - x = 287992. El próximo mes se pagara \$ 287992.
- k. x + 3x + 3x 20 = 127
 - x = 21
- I. $\frac{X}{4} = 30000$
 - $\dot{x} = 120000$
 - $\frac{3}{4}$ 120 000 = 90 000. Falta por pagar \$ 90 000.
- m. 500x + 1000 = 3500
 - x = 5. Francisca utilizo internet durante 6 horas.
- n. x + x 3 = 33
 - x = 18
 - x 3 = 15. El mayor tiene 18 años.
- \tilde{n} . 2x + 2(x + 1) = 22
 - x = 5
 - x + 1 = 6
 - La longitud del lado menor es 5 cm y la del lado mayor es 6 cm.
- o. x + x + 1 + x + 2 = 18
 - x = 5
 - x + 1 = 6
 - x + 2 = 7. La medida de los lados del triángulo son 5 cm, 6 cm y 7 cm.
- **p.** x 5700 = 3800
 - x = 9500. La patineta cuesta \$ 9500.
- q. 6a = 12

 - El ancho del piso del dormitorio de Alex mide 2 m.
- r. x + 3x = 12
 - x = 3
 - 3x = 9. El equipo de marcos hizo 9 goles.
- s. 5x = 25
 - x= 5. La medida de cada lado es 5 cm.
- t. x + 50000 = 24000
 - x = -26000
 - El saldo de Ana antes del depósito era -\$ 26 000.
- u. x + 3x = 240

 - 3x = 180. Carla leyó 180 páginas el fin de semana.

2.

- a. x + x + 1 > 300
 - $x > \frac{299}{2}$. Un número mayor que $\frac{299}{2}$.
- b. x + 2x < 600
 - x < 200. La longitud del lado menor tiene que ser menor a 200 m.
- c. $\frac{x}{2} > 30$
 - x > 60. Un número mayor que 60.
- d. 2000 > 0.2x
 - x < 10 000. La mesada es menor a \$ 10 000.
- e. 3x < 144
 - x < 48. La longitud de cada lado es menor a 48 cm.

- f. 20x > 100
 - x > 5. La longitud es mayor a 5 m.
- $a. \times > 2500 + 5000$
 - x > 7500. Un aporte mayor a \$ 7500.
- h. x + x 1 > 99
 - 2x > 100
 - x > 50. El número puede ser mayor que 50.
- i. 10x < 150
 - x < 15. El largo puede medir menos de 15 cm.
- j. 3x > 24
 - x > 8. Cada lado puede medir más de 8 cm.
- k. x + 7 > 16
 - x > 9. El otro lado puede medir más de 9 cm.
- I. $x \ge 1.3 \cdot 150$
 - $x \ge 195$. Lorena puede cobrar por lo menos \$ 195.
- - a < 8,5. La medida del lado puede ser menor a 8.5 cm.
- n. $x \ge 10.4.5$
 - x ≥ 200. Alberto debería comprar mínimo 200 m de alambre.

¿Cómo voy? (Página 58)

- 1.
- a. x + 70
- **c.** m 31

- b. 4x
- **d**. 3a

- 2.
- a. $20x^2y 8xy^2 xy$ d. -4x 15
- b. 4xy + 8y
- e. 4m + 11mn
- c. 14p 2m
- 3.
- a. $k = -\frac{52}{19}$ b. x = -52 c. p = 5

- - a. $k > \frac{240}{77}$ b. $x > -\frac{97}{4}$

Desafío de integración (Página 59)

- 1.
 - a. 1056.
 - b. La edad de Pedro es 16 años.
 - c. Cada paquete de galletas cuesta \$455.
 - d. La longitud es 25 cm.
 - e. La primera semana trotó 48,8 km.
 - f. El área del rectángulo es 120 m².
 - g. Hay gue vender 700 entradas para obtener una ganancia de \$850000.
 - h. El número es 1,3.
 - i. En la tercera alcancía hay \$8800.
 - j. La medida de los otros dos lados debe ser mayor que 15 cm.

- k. Olga tiene menos de 14 años, Begoña tiene menos de 28 años y Carlos tiene menos 43 años.
- I. 15
- m. El precio del cuaderno es menor a \$3587.
- n. Deben ser 34,29 kg de café del sur y 25,71 kg de café del norte.
- ñ. La masa puede ser 59 kg
- o. El vestido costaba \$12250.
- p. El de menor masa debe ser menos de 26,66 kg y 53,3 kg.

Resolución de problemas (Páginas 60 y 61)

1.

a. El cuarto día venderá 10 litros de leche. El patrón sería 3n – 2.

b.

- En la primera fila hay 5 sillas.
- En la séptima fila hay 11 sillas
- En la enésima fila hay n + 4 sillas
- c. 42

d.

- En la cuarta figura utilizará 9 palos de fósforos
- En la séptima figura utilizará 15 palos de fósforos
- En la figura número n utilizará 2n + 1 palos de fósforos.
- e. $\frac{6}{7}$ del total.
- $\frac{n}{n+1}$
- f. En n días juntará 2n hojas.

2.

- a. El cuarto día correrá 20 cuadras.
- b. En la última fase debe bucear 32 m.
- c. Para hacer 10 casas se necesitan 41 fósforos.

d.

- La siguiente figura tiene 11 baldosas celestes.
- La enésima figura tendrá 2n + 2 baldosas blancas y n + 7 baldosas celestes.
- e. El viernes podría leer 21 páginas.
- 3. Ejemplos:
 - a. ¿Cuál es el séptimo término de la secuencia? Respuesta: 65.
 - b. ¿Cuál es el octavo término de la secuencia? Respuesta: 37.

Sección 5 Relaciones proporcionales

Lección 20 (Páginas 62 y 63)

1.

- a. Crecimiento, mes.
- b. Población, años.
- c. Consumo, velocidad.
- d. Variación de la temperatura, tiempo.

2.

Situación	Relación entre las variables		
Las ecografías muestran cómo va creciendo un embrión humano, según el mes de gestación en que se encuentra la madre.	A mayor cantidad de meses de gestación mayor crecimiento del embrión.		
La población mundial crece año a año.	A medida que pasan los años crece la cantidad de personas que viven en el planeta		
Consumo de combustible de un vehículo y la velocidad a la que circula.	Un vehículo consume más combustible mientras más rápido viaja.		
Se registra la temperatura de un individuo cada media hora durante un día.	La temperatura varía (baja, sube o se mantiene igual) a medida que se toma la temperatura.		

3.

- a. {-47; -32; -17; -2; 13; 28; 43}
- **b.** {6,5; 6,2; 5,9; 5,6; 5,3; 5}
- **c.** {600; 1100; 1600; 2100; 2600}

4.

Х	f(x) = 2x - 3
-10	-23
-5	-13
5	7
10	17

Х	f(x) = 3 - x
-0,3	33
-0,5	3,5
-1,3	4,3
4	-1

5.

a.	Х	1	5	7	10	11	20	24
	g(x)	2	6	8	11	12	21	25
1.								
b.	Х	-8	-4	-6	10	12	-1	-20
	f(x)	8	4	6	-10	-12	1	20
_								
C.	X	-8	2	3	10	6	-1	-20
	h(x)	-16	4	6	20	12	-2	-40
-I								
d.	Х	-8	8	9	10	12	-4	-20
	k(x)	-4	4	4,5	20	6	-2	-10

- e. Las variables que intervienen son el precio total por entrar y jugar a x juegos.
 - CT(x) = 1000 + 300 x
 - Un niño que sube a 8 juegos gasta \$ 3400.
 - Se subió a 4 juegos.
- f. Las variables que intervienen son el cobro total por utilizar el estacionamiento y la cantidad de horas x.
 - CT(x) = 1200 + 700 x
 - \$4000
 - 5 horas

- g. El cobro total por un viaje en ese taxi y la cantidad de metros recorridos.
 - CT(X) = 500 + 200x
 - \$3300
 - Recorrió 15 m.
- **h.** a²
- i. 4a
- j. a³
- **k.** 5a

Lección 21 (Páginas 64 y 65)

1.

- a. Sí
- e. No
- i. No

m. No

- f. No
- j. No

- b. Síc. Sí
- g. No
- **k.** Sí

- d. Sí
- h. Sí
- I. Sí

2.

- a. Sí, y la constante es 4.
- b. No.
- c. Sí, y la constante es 1,5.
- d. Sí, y la constante es 0,5.

3.

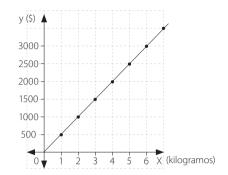
- a. Andrea.
- b. No se puede determinar ¿cuál es la variable que aumenta dependiente o independiente, ¿cuál es la constante de proporcionalidad? solo se puede decir que aumenta.
- c. Aumenta al doble y si son directamente proporcionales.
- d. Si x e y son directamente proporcionales aumentaría a 2.
- e. M = 6
- f. A = 1.2
- g. 8,96 calorías.
- h. 70 cajas.
- i. El costo total y la cantidad x de libros.
 - C = 3500x
 - \$1575000.
 - 857 libros.
 - 1428 libros aproximadamente.
- j. P = 5 h
 - 35 mm.
 - A las 13:00 h.
- **k.** H = 0.8 t
 - 0,8 cm.
 - 12,5 semanas.
 - 16 cm.

Lección 22 (Páginas 66 y 67)

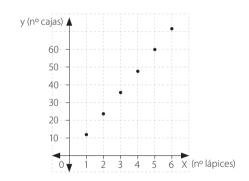
1.

a.

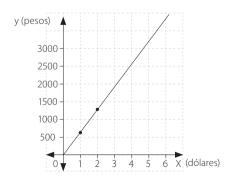
•	x (kg)	1	2	3	4
	f(x) (\$)	500	1000	\$ 1500	2000



b.	Х	1	2	3	4
	f(x)	12 24 36		36	48



C.	Х	1	2	3	4
	f(x)	650	1300	1950	2600



- 2.
- a. Sí, constante 0,5.
- b. Sí, constante 30.

3.

a.

- 40. La impresora imprime a una velocidad de 40 páginas por minuto.
- 1200 fotocopias.
- 5 minutos.
- No, solo alcanza a imprimir 1800 fotocopias.

b.

- 20.
- 52 sacos.
- 800 kg.
- Se cargan 126 sacos y sobran 10 kg.

- y = 120 x
- \$1800.
- 23 kg.

d.

- y = 0.2 x
- Recorrerá 75 cm.
- Se demorará 18 minutos.

Lección 23 (Páginas 68 y 69)

1.

- a. No
- d. No
- g. No
- j. Sí

k. Sí

- b. Sí
- e. Sí
- h. No

- c. No
- f. Sí
- i. No

2.

a. No

- c. No
- **b.** Sí, k = 60
- **d.** Sí, k = 15

3.

- a. Pablo, ya que la proporción inversa entre dos variables $x \in y$, responde a un modelo xy = k, donde k es la constante de proporcionalidad inversa.
- b. Si una variable aumenta la otra disminuye, no se puede saber en cuanto porque no se conoce la constante de proporcionalidad.
- c. 40

k. Para 9 días.

d. 8

I. 6 días.

- m. 4 meses.
- f. El ancho disminuye a la mitad.
- n. Aproximadamente 5,14 horas.
- g. 400 segundos.
- o. Aproximadamente 1,42 horas.
- **h.** 10 horas.
- i. 15 minutos.
- p. 64 páginas.

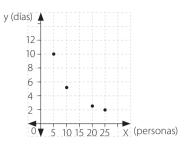
j. 2 días.

q. \$22500.

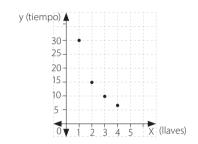
Lección 24 (Páginas 70 y 71)

1.

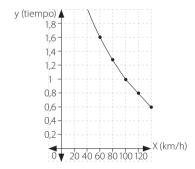
a.	Personas (x)	5	10	20	25	50
	Días f(x)	10	5	2,5	2	1



b.	Llaves (x)	1	2	3	4
	Tiempo en horas f(x)	30	15	10	7,5



C.	Velocidad km/h (x)	60	80	100	120
	Tiempo en horas f(x)	1,6	1,25	1	0,83



- 2.
- **a.** 105
- **b.** 5400
- 3.
- a.
 - 25 000.
 - La cantidad total de cc.
 - 250 vasos.
 - 125 cc.
 - 125 personas.

b.

- 300 • $y = \frac{300}{}$
- 15 días.
- 30 máquinas.

c.

- 10
- f(x) = 10/x
 Se demorarán 2 horas.
- Se deben abrir 20 llaves.

d.

- Se demorarán 6 horas.
- Se necesitan 18 impresoras.

Lección 25 (Páginas 72 y 73)

1.

- **b.** 800 cm
- **d.** 800 cm
- f. 1800 cm

- **c.** 800 cm
- e. 1400 cm

2.

- a. No, porque la escala es 2: 3.
- b. No, por la misma razón anterior.
- c. No, porque se debe reducir en la misma proporción al ancho y el largo.
- d. 3 x 2 cm.
- e. La razón es 2 : 3.
- f. No, no se mantiene la razón...
- q. El ancho debe ser de 22 cm.
- h. 4,5 cm.

3.

- a. Debe medir 3.2 m.
- b. De 19,25 cm.
- c. De 30 m.
- d. Siguen midiendo lo mismo, 15 cm.
- e. Aproximadamente 13,33 cm.
- f. 25 m.
- g. En el mapa debe estar a 48 cm.
- h. Es de 1500 cm o 1,5 m.
- i. 8 cm.
- j. A 50 km.
- k. A 2 km.
- I. 1:500 000.
- m. No se puede determinar, ya que solo se conoce que la razón es 1:2 entre las sombras proyectadas.

¿Cómo voy? (Página 74)

1.

- a. El tiempo en min y el agua en cm.
- b. La variable dependiente es el nivel de agua e independiente el tiempo.
- c. Existe una relación de proporcionalidad directa ya que a mayor tiempo, mayor será el volumen de agua del recipiente.
- 2. Proporcionalidad directa con constante de proporcionalidad igual a 30.

- 3. Proporcionalidad inversa con constante de proporcionalidad 120.
- **4.** La distancia es 40 km.

Desafío de integración (Página 75)

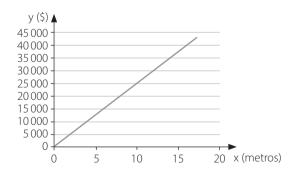
1.

- a. Recorre 150 km.
- **b.** \$60000.
- c. Da 7466,640 vueltas.
- d. 200 hombres.
- e. A 100 km por hora.
- f. 18 días.
- q. En 1 hora.
- h. En 4 días.
- i. Tendrán que contratar 20 operarios más.
- i. P = 500000d.
 - Pierde \$4500000
 - Día 15.

Ι.

k. El primer termo.

Metros	Pago total
2	5000
4	10 000
6	15 000
7	17 500
8	20 000
9	22 500
10	25 000
11	27 500
12	30 000



- y = 2500x.
- \$62500.
- Excava 20 m.
- 14 metros.

- m. El de 1: 100 000.
- n. En una ampliación de hasta 10 x 20 cm.

Resolución de problemas (Páginas 76 y 77)

- 1.
- a. Una presión de 937,5 N.
- b.
- Pasan aproximadamente 11 años durmiendo o reposando (96 360 horas).
- Se alimenta aproximadamente 4,62 años, es decir, 4047 120 horas.
- Para 2 días.
- Podrá alimentarlo durante 1,6... días.
- C.
- 47.6 horas.
- 40 computadores.
- 6 trabajadores.
- d.
- No, porque a 90 km/h debió demorar 5,26 h.
- Santiago a: Iquique 18,53 h, a Antofagasta 13,61 h, a Vicuña 5,4 h, a La Serena 4,74 h.
- 2.
- a.
- De 129600 litros.
- 16 horas.
- Las llaves tienen un caudal de 72 litros/h.
- 24:3 = 8:1
- 40 vendedores.
- 8 vendedores.
- C.
- En 7,3 jornadas de trabajo aprox.
- Se necesitan 48 técnicos.
- 3.
- a. Por ejemplo
 - OPCIÓN 1: ¿Cuántos empaques necesita para 54 jaulas? R: 12 empaques.
 - **OPCIÓN 2:** ¿Qué tipo de proporcionalidad es? R: Directa.
- b. Por ejemplo:
 - OPCIÓN 1: ¿Cuánto tiempo demorará en llegar? R: 2,5 horas aprox.
 - OPCIÓN 2: ¿Qué tipo de proporcionalidad es? R: Directamente proporcionales.

¿Qué aprendí? (Páginas 78 y 79)

Parte I: Para repasar contenidos

- **1.** D
- **5.** A
- **9.** B

- **2.** B
- **6.** C
- **10.** B

- **3.** B
- **7.** C
- **11.** C

- **4.** C
- 8. (
- **12.** B

Parte II: Para practicar habilidades

13.

- a. 2cb + 2b
- **b.** 3a + 12
- c. 4m

14.

- a. Al cuádruple de un número se le agregan siete unidades.
- b. A un número se le agregan dos tercios de él.
- c. A dieciocho unidades se le guita un número.

15.

6a – 5		3a – 5		2a + b		7a – 5b + 5	
	9a -	- 10	5a +	y – 5	9a – 4	lb + 5	
		14a+	b-15	14a	– 3b		
		28a – 2		2b – 15			

16.

- a. Inversamente proporcional.
- b. Inversamente proporcional.
- c. Directamente proporcional.
- d. Inversamente proporcional.

17.

- a. Embalan 37 cajas.
- b. Los 5 pedazos miden 30 cm y el sexto 50 cm.
- c. Tienen 114 años.
- d. Ganó \$ 27608.
- e. Tendrá que comprar 30,375 m.
- f. Inversamente proporcional.
 - \$1000000, que corresponde al monto del crédito que deben pagar.
 - Pagaría \$83333,3... cada uno.

UNIDAD 3 Geometría

Sección 6 Polígonos

Lección 26 (Páginas 80 y 81)

1.

- a. F
- c. V
- e. V

- b. V
- d. V
- f. F

- 2.
- a. 360°
- **c.** 720°
- e. 1080°
- g. 1440°

g. V

- **b.** 540°
- **d.** 900°
- f. 1260°

- a. 90°
- **b.** 108°
- c. 120°
- d. 135°

4.

- a. El ángulo de elevación es 55°.
- b. El ángulo mide 25°.
- c. El ángulo mide 38°.
- d. El ángulo mide 53°.
- e. $b = 120^{\circ} \text{ y a} = 60^{\circ}$.

- f. Sus ángulos interiores miden 90°, 45° y 45°. No porque un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90 grados, por lo que los otros deben ser de 45° para que éste sea isósceles.
- g. El ángulo mide 42°.
- h. $\alpha = 42^{\circ} \text{ y } \beta = 138^{\circ}$.
- i. El ángulo mide 2880°.
- i. No es correcto ya que la suma de los ángulos exteriores de un polígono es siempre 360°.
- k. 10 lados.
- I. El ángulo mide 60°.
- m. El ángulo mide 45°.
- n. El ángulo mide 128,57°.
- **ñ.** 130° v 50°.
- o. El ángulo mide 65°.

Lección 27 (Páginas 82 y 83)

1.

 $a. 6 cm^2$

f. 112 dam²

- **b.** 90 cm²
- **q.** 34 m²

c. 31 m²

- h. 70 cm²
- **d.** 78 hm²
- i. 50 cm²

e. 40 cm²

i. 45 m²

2.

- a. El área de la parte sombreada 0,38 cm².
- b. El área pintada es 12 cm².
- c. El área máxima es 208 cm² (si no se intersecan sus superficies) y la mínima es 144 cm² (si uno está incluido en el otro).
- d. 40 cm, 400 mm, 0,0004 km.
- e. La longitud de la altura es de 9 cm y el lado 7 cm.
- f. No necesariamente, ya que el área de un cuadrado de lado p, es p², y el área de un rombo de lado p, dependerá de la altura del rombo.
- g. La hipotenusa mide 240 000 cm.
- h. Las áreas son 156 cm² y 91 cm².
- i. Las medidas pueden ser 24 cm y 4 cm, 12 cm y 8 cm, 6 cm y 16 cm.
- i. El área es 162 cm².
- k. 5 volantines y sobra 150 cm² de papel.
- I. Flárea es 72 cm²
- m. El área es 40 cm².
- n. El área que cubrirá será de 28 m².
- o. Se utilizará 720 mm².
- p. El área del patio es 2900 m².
 - Necesitará 3000 baldosas.
 - Necesitará 2000 baldosas para el resto del patio.
 - Aproximadamente 134 cajas.

¿Cómo voy? (Página 84)

1.

- a. 4, 3 y 5.
- b. El pentágono.
- c. El pentágono.
- d. Suman 180°.
- **2.** a. 40°
- b. 75°
- **3.** a. 40 cm²
- **b.** 66 m²
- c. 20 cm²

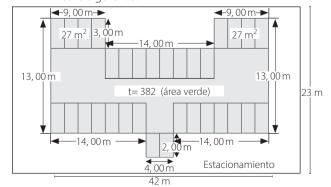
Desafío de integración (Página 85)

- **1**. a. 21 bolsas de abono.
 - 210 sobres de semilla.
 - Gastará \$ 26 250 en abono.
 - Gastará \$ 157 500 en semillas.
 - b. Le conviene la segunda opción ya que puede comprar 8 metros gastando \$ 27 200.
 - c. El área de la cancha es 8800 m².
 - Se necesitarían 35 200 palmetas.
 - El costo sería \$ 27 808 000.
 - d. Triángulo 1: 17,5 cm². Triángulo 2: 17,5 cm². Triángulo 3: 10 cm². La figura completa: 45 cm².
 - e. Se necesitan 188 baldosas aprox.
 - f. Se necesitan 162 cajas (161,25).
 - q. Aproximadamente 2 tarros de pintura.

Resolución de problemas (Páginas 86 y 87)

- 1. a. El pliego de cartulina mide 0,7 m²; Los rectángulos miden 0,175 m² y 0,04375 m².
 - b. El área en negro será 28 m².
 - c. Se necesitarán 261 m².
 - d. Necesitarán baldosas 94 m².
 - e. Le sobró 60 cm² de cartulina.
 - f. Se embaldosará 54 m².
 - Se necesitarán 5400 azulejos.

- a. El área del terreno es 966 m².
 - El área destinada a estacionamiento es 584 m²
 - El área destinada a áreas verdes es 382 m².
 - Una opción para distribuir los estacionamientos es la siguiente:



Colocarlos en fila hacia lo ancho no es posible porque no quedaría espacio suficiente para que los automóviles se muevan libremente (6 m de distancia entre uno y otro).

- Cabrían 31 estacionamientos.
- b. El área de la cartulina es 1875 cm².
 - La red del cubo utilizará 37,5 cm² de la cartulina.
 Sobrará 9 cm².
- c. Javier debe pintar 11,75 m².

3.

- a. Ejemplo: ¿Cuál es el área del terreno que no tiene la piscina construida? Respuesta: 55 m²
- b. Ejemplo: ¿Cuánto es la medida de la superficie pintada? Respuesta: 8,4375 m.

Sección 7: Círculo y circunferencia

Lección 28 (Página 88)

1.

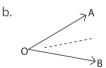
- a. F
- b. V
- c. F
- d. F

2.



- c. Una curva.
- d. Parábola.

3.



- c. Recta.
- d. Bisectriz de un ángulo.

4.

- a. Lorena.
- **b.** Cuando son circunferencias congruentes cuyos centros son comunes.
- c. Sí, cuando las circunferencias son tangentes.
- d. Puede ubicar el circuncentro de un triángulo inscrito en la mesa o bien puede dejar en un extremo de la mesa amarrado un hilo y luego recorrer con el otro extremo del hilo el contorno de la mesa, hasta encontrar el largo máximo.

Lección 29 (Página 89)

1.

- a. F
- c. F
- b. V
- d. V

2. Radio: \overline{DO} ; \overline{OC} ; \overline{HO}

Diámetro: HC

3.

- a. El radio y el centro.
- b. Medirá 4 cm.
- c. La longitud lineal sería de 5400 mm, 540 cm, 5,4 m.
- d. Necesitará 56 mesas.
- e. Debe medir 36 cm de ancho.
- f. 28 metros de reja.
- g. El ancho es de 32 cm.
- h. Pueden dibujar 2 círculos.

Lección 30 (Páginas 90 y 91)

1.

- **a.** 47,1 cm
- **c.** 30,458 cm
- e. 31,4 cm

- **b.** 31,557 cm
- **d.** 3.14 m
- f. 37.68 cm

- a. El perímetro es 54,008 cm aproximadamente.
- b. El perímetro es 56,52 cm aproximadamente.
- c. El radio mide 6 cm aproximadamente.
- d. El diámetro mide 19 cm aproximadamente.
- e. El diámetro mide 8 cm aproximadamente.
- f. El diámetro debe medir $\frac{1}{\pi}$ ya que P = D π y P = 1.
- g. El perímetro es 142,8 cm aproximadamente.
- h. La circunferencia tiene un perímetro de 6,28 cm aproximadamente.
- i. 20,56 cm aproximadamente.
- j. El perímetro es 15,7 cm aproximadamente.
- k. El perímetro se duplica.
- I. El perímetro se duplica.
- m. $P \approx 15.7 \text{ m}$
- n. 2,39 cm aproximadamente.
- ñ. Dará 6 vueltas aproximadamente.
- o. Recorre 17536 mm aproximadamente.
- p. Recorre aprox. 251,2 cm. Dará 398 vueltas aproximadamente.
- q. Recorrerá 157 metros aproximadamente.
- r. 94,2 cm de largo aproximadamente.
- s. 0,23 metros aproximadamente.
- t. 92,8 cm aproximadamente.
- **u.** Se deben comprar 15,7 m de reja aproximadamente.
- v. Mide 59,66 m aproximadamente.
- w. Hasta 6 hula hoop.
- x. Hasta 10 vueltas.
- y. Aproximadamente 31,4 m de alambre.
- z. Aproximadamente 100,48 m.

Lección 31 (Páginas 92 y 93)

1.

- a. 63,585 cm²
- d. 28,26 cm²
- b. 3207,04 cm²
- e. 12,56 cm²
- c. 9.61625 cm²
- f. 200,96 cm²

2.

- a. El área es 78,5 cm² aproximadamente.
- b. El área es 113,04 cm² aproximadamente.
- c. El área es 95,5188 cm² aproximadamente.
- d. El área es 81,6714 cm² aproximadamente.
- e. Mide 4 cm.
- f. Mide 4 cm aproximadamente.
- g. Mide 4 cm aproximadamente.
- h. El área es 50,24 cm² aproximadamente.
- i. El área es 128,6144 cm² aproximadamente.
- j. Cada círculo tiene área 44,16 cm² aproximadamente.
- k. El área es 157 cm² aproximadamente.
- I. El área es 12,56 cm² aproximadamente.
- m. El área es 39,25 cm² aproximadamente.
- n. El área es 19,625 cm² aproximadamente.
- ñ. 3,87 cm² aproximadamente.
- o. 323,375 cm² aproximadamente.
- p. 7,065 g de escarcha aproximadamente.
- q. 1017,36 cm² de pared aproximadamente.
- r. 1256 cm² aproximadamente.
- s. 84,78 cm² aproximadamente.
- t. 100 medallas y sobran 99,2 m² aproximadamente.
- Tiene forma de paralelepípedo sin tapa. Usará 2432 cm² de cartulina aproximadamente.
- v. Puede construir aproximadamente 210 cintillos.
- w. Se cuadruplica.
- x. Se cuadruplica.
- y. 4 veces mayor.

¿Cómo voy? (Página 94)

1.

- a. El radio del círculo mide: 3 cm.
- b. El radio de cada círculo mide: 3,75 cm.
- c. El radio del círculo de centro o mide 4 cm.

2.

- a. Perímetro 42,84 cm, Área 7,74 cm².
- b. Perímetro es 322 cm y el área 218 cm².
- c. Perímetro 20,13 cm, área 21,195 cm².

Desafío de integración (Página 95)

1.

- a. 2 cm de distancia.
- b. 10 cm de separación.
- c. 15 cm de longitud.
- d. Mide 9,5 cm.
- e. No multiplicó al área con el valor de π .
- f. Círculo interior: $A = 113,04 \text{ cm}^2 \text{ y P} = 37,68 \text{ cm}$; Círculo mayor: $A = 452,16 \text{ cm}^2 \text{ y P} = 75,36 \text{ cm}$.
- g. El perímetro es 150,72 cm y el área 226,08 cm².
- h. El perímetro es de 37,68 cm y el área de 56,52 cm².
- i. El perímetro es de 25,12 cm y el área 50,24 cm².
 - El perímetro es de 18,84 cm y el área 28,26 cm².
 - El perímetro es de 47,4 cm y el área de 25,12 cm².
- j. Perímetro de 25,7 cm y área de 30,375 cm².
- k. Perímetro 50,24 cm, área 100,48 cm².
 - Sí, porque la superficie que se quita al sector negro es la misma que la del sector blanco, y viceversa.
 - Área de 200,96 cm² y perímetro de 50,24 cm.
- I. Área 144,585 cm² y perímetro de 46,26 cm.

Resolución de problemas (Páginas 96 y 97)

1.

- a. Se cubrirán 744,4 cm² con flores amarillas.
- **b.** El área es 20 096 cm².
- c. El área es de 234,715 mm².
 - El área disminuye en un 13,04%.
- d. El área es de 1,5 10¹² km² aprox.

2.

- a. El área del plato es de 490,625 cm².
 - El área del círculo negro es de 48,375 cm².
 - Mide 265,625 cm².
- b. El área de la llanta es de 200,96 cm².
 - Da aproximadamente 612,4 vueltas.
- c. Mide aproximadamente 2590,5 cm².
 - La cinta debe medir 219,8 cm.

- a. Ejemplo: ¿cuántas vueltas recorre en 3 metros? R: aproximadamente 2 vueltas.
- b. Opción 1: Pregunta: Si el plato se quiere pintar con tres colores de modo que las partes del plato sea de color café, ¿Cuál es el área del plato que está pintado con color café? Respuesta: es de 196,25 cm² aproximadamente.

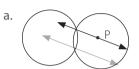
Sección 8 Construcciones geométricas

Lección 32 (Páginas 98 y 99)

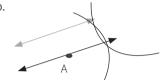
- 1.
 - a. V
- d. V
- g. V

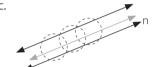
- b. F c. F
- e. V
- f. V

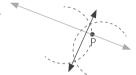
2.



b.

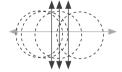






e.





- 3.
- a. Don Manuel puede corroborar que los listones queden a la misma distancia entre ellos como se muestra en el ejemplo:.



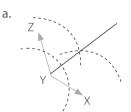
b. Marcela debe medir las distancias de los listones paralelos y deben ser la misma. También puede medir el ángulo formado por los listones perpendiculares y corroborar que sea 90°.

- c. Debe medirse la distancia entre los fierros y corroborar que siempre es la misma.
- d. Sí, porque las rectas paralelas tienen la misma pendiente o ángulo de inclinación con referencia a alguna recta.
- e. No, ya que si dos rectas tienen distintas pendientes o ángulos de inclinación respecto a una recta referente, se tienen que intersecar en algún punto.

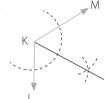
Lección 33 (Páginas 100 y 101)

- 1.
 - a. F b. V
- c. F d. F
- e. V f. F
- g. V

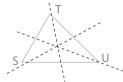
2.



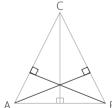
b.



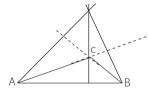
3.



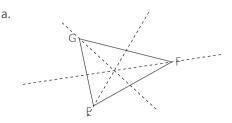
4. a.



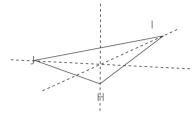
b.



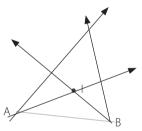
5.



b.

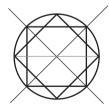


6. a. Cómo I es el incentro, significa que es el punto dónde concurren las bisectrices del triángulo, por lo tanto, basta copiar el ángulo BAI y ABI en los lados \overline{AI} y \overline{BI} respectivamente, luego la prolongación de los rayos del ángulo se intersecarán en el vértice del triángulo.



- b. Coinciden con los lados.
- c. La medida es 30°.
- d. 45° y 60°
- e. $\gamma = 40^{\circ}$, $\beta = 120^{\circ}$ y $\alpha = 20^{\circ}$

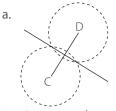
f.

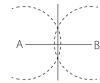


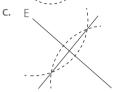
- Sofía obtuvo un cuadrado.
- Sofía obtuvo un nuevo cuadrado.

Lección 34 (Páginas 102 y 103)

1.



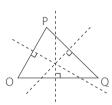




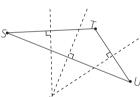
- 2.
 - a. b. V
- d. V
- e. F

3.

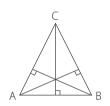




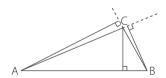
b.

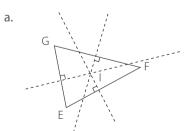


4. a.

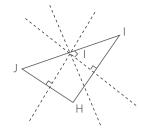


b.





b.

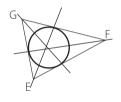


6.

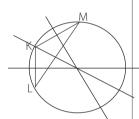
- a. Tiene que unir los extremos de la cuerda con dos puntos A y B, y luego dibujar el segmento AB, finalmente dibuja la simetral del segmento, quedando a 41 cm de los extremos.
- b. Debe medir 24 cm.
- c. El segmento mide 7,5 cm.
- d. Mide 8,5 cm.

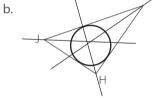
Lección 35 (Páginas 104 y 105)

1. a.

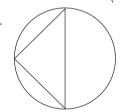


c.

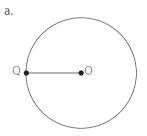


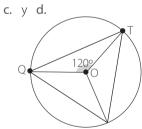


d.

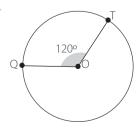


2.

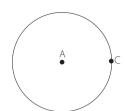




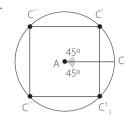
b.



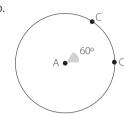
3. a.



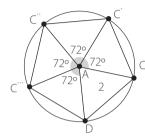
e.



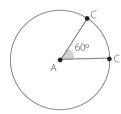
b.



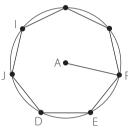
f.



c.



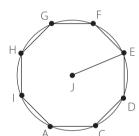
g.



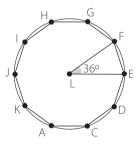
d.



h.

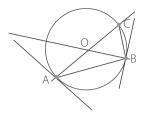


i.



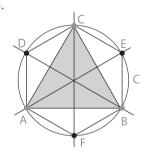
4.

a. Determinando el circuncentro del triángulo ABC.

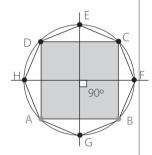


- b. Si es posible ya que las simetrales se unen en el mismo punto.
- c. Mide 120°.
- d. El diámetro de la circunferencia corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo.
- e. Mide 90°.
- f. Mide 72°.
- g. Como es una estrella de 6 puntas se debe inscribir un hexágono regular y luego unir los vértices.

h.



i.



d. Si, 10 + 11 > 12

e. No, 17 + 13 < 21

g. F

Lección 36 (Páginas 106 y 107)

1.

- a. Si, 14 + 6 > 18
- **b.** Sí, 15 + 17 > 25
- c. No, 3 + 2 = 5

2.

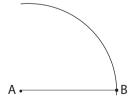
- a. Sí, ALA
- b. Sí, LAL
- 3.
 - a. V b. V
- c. F d. F
- e. F
 - f. V

c. Sí, ALA

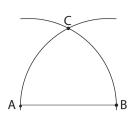
d. Sí, ALA

2 cm

b.



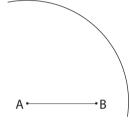
c.

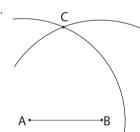


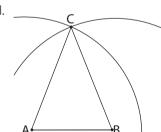
d.



- e. Se debería modificar el primer paso trazando \overline{AB} de 5 cm de longitud.
- **5.** a. A — B

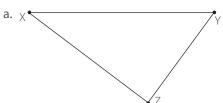


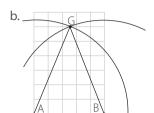




- e. El segmento \overline{AB} debe ser igual a 7 cm.
- f. Se debería dibujar \overline{AB} de longitud menor a 12 cm. Luego, la apertura del compás debe ser menor a 6 cm antes de trazar los arcos de circunferencia."

6.

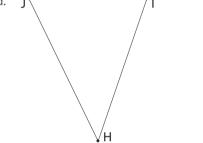




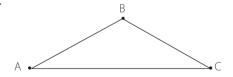
c.



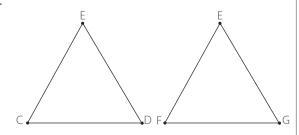
d.



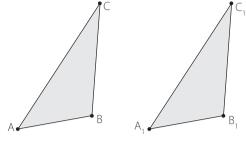
e.



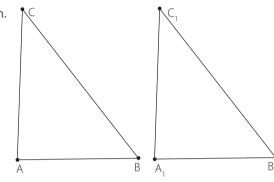
f.



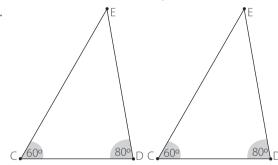
g.



h.



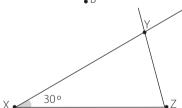
i.



* Figuras reducidas al 60%.



k.

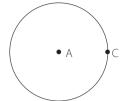


- I. Se puede copiar el segmento \overline{AB} con el compás en la semirrecta, luego copiar los ángulos en A y B respectivamente y trazar una semirrecta desde ambos puntos hasta un punto de intersección, el cual será el tercer vértice C.
- m. No, ya que un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90°, y un equilátero tienen sus tres ángulos interiores de 60°.

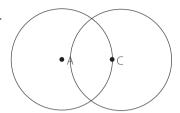
<u>Lección 37</u> (Páginas 108 y 109)

- **1.** a. F
- b. F
- c. V
- d. V

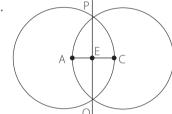
2. a.



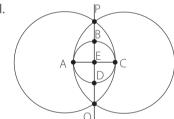
b.



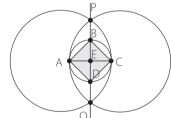
c.



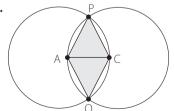
d.



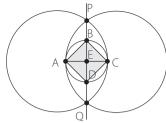
e.



3.

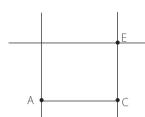


4. a.

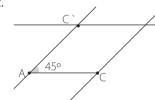


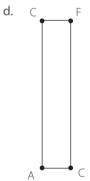
ABCD cuadrado de lado 3 cm.

b.



c.

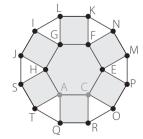




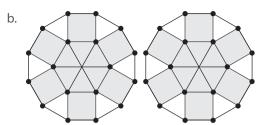
5.



6. a.

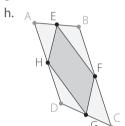


Se forma un polígono regular de 12 lados.



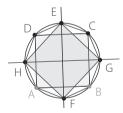
Los ángulos que concurren en un vértice sumados deben resultar 360°.

- No, porque el cuadrado tiene todos sus ángulos rectos.
- d. No, porque los ángulos de un rectángulo son igual a 90° y en un rombo no necesariamente.
- e. No, por lo anterior.
- f. Sí, siempre cuando sea un cuadrado.
- g. Sí. La suma de los ángulos opuestos debe ser 180°.



Se forma un paralelogramo porque al unir las medianas se encuentra el centro de gravedad del cuadrilátero, el cual corresponde a su vez a un paralelogramo inscrito en cualquier cuadrilátero.

i. Se construye un octágono.



- j. Son bisectrices solamente del cuadrado (y rombo), ya que las diagonales son perpendiculares.
- k. Porque los ángulos opuestos del cuadrado son congruentes, luego las diagonales son bisectrices de estos. También ocurre esto en el rombo.
- I. Pedro, ya que se sabe que dos lados son paralelos de distinta medida, por lo que si se coloca uno de base la altura permitirá obtener el ángulo de la base.

¿Cómo voy? (Página 110)

Bisectriz: Divide a un ángulo en dos ángulos de igual medida.

Rectas paralelas no coincidentes: Rectas que no se intersecan en ningún punto.

Circuncentro: Centro de la circunferencia circunscrita y punto de intersección de las simetrales.

Simetral: Perpendicular a un segmento que pasa por su punto medio.

Incentro: Punto de intersección de las bisectrices.

Triángulo: Polígono de tres lados.

Altura: Segmento perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.

Cuadrilátero: Polígono de cuatro lados.

Baricentro: Punto de intersección de las transversales de gravedad.

Transversal de gravedad: Segmento que une el vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto.

Ortocentro: Punto de intersección de las alturas.

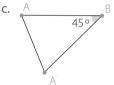
Ángulo: Región formada por dos rayos que tienen el mismo origen.

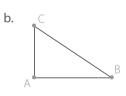
Rectas perpendiculares: Rectas que se cruzan formando un ángulo recto.

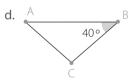
Desafío de integración (Página 111)

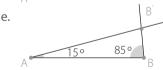
- 1.
 - **a.** Transversales de gravedad
- c. Simetrales
- d. Bisectrices
- **b.** Alturas
- **2.** A continuación se muestra la forma que deben tener las figuras construidas.



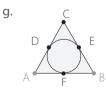




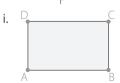














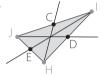


3.



- a. Son coincidentes.
- **b.** Son coincidentes.

4.

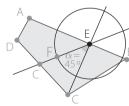


- a. Son coincidentes.
- **b.** 1:2

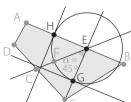
Resolución de problemas (Páginas 112 y 113)

- **1. a.** Debería construir la bisectriz del ángulo que forman las paredes.
 - b. Lo puede dividir de modo que tenga dos áreas iguales trazando un segmento desde un vértice hasta el punto medio del lado contrario, es decir la transversal de gravedad.
 - c. El florero debe estar al medio de la mesa. Para poder encontrar esta posición se pueden trazar las diagonales del cuadrado donde la intersección de estas indicará el punto medio de la mesa.
 - d. Esteban puede trazar una perpendicular desde el lado de mayor medida hasta los vértices contrarios, es decir la altura.





Luego trazar una recta en 45° rdesde la intersección de la perpendicular y el lado mayor, para posteriormente trazar una circunferencia con centro en dicha intersección.

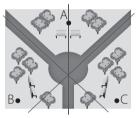


Luego se traza una tangente tal como se muestra a continuación.

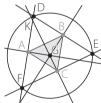
Por lo que el cuadrado corresponde a la figura HEGC'.

- e. Elena debe encontrar el baricentro de uno de los triángulos.
- **2.** a. Se calcula el área del triángulo que se encuentra en la cuadrícula (base 3 cm y altura 4 cm) por lo que el área correspondiente es de 6 cm², luego

- aplicando la razón de la escala del plano se tiene que el área del triángulo original es de 120 cm².
- b. Se calcula el área del triángulo ABC, este es de 54 cm², luego se calcula el área del triángulo ACD el cual es de 27 cm², y finalmente se resta estas áreas para obtener el área pedida, la cual es de 27 cm².
- c. Se calcula busca el punto medio de cada lado y se une con el vértice mediante una recta. La intersección de dichas rectas nos entregará el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo, y es en ese lugar donde el juez se debe colocar para estar a una distancia aproximada de 1,6 m de cada boya.
- d. Determinar el circuncentro del triángulo determinado por ellos.

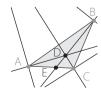


3. a. Pregunta: ¿Se puede construir un triángulo DEF circunscrito a otro triángulo agudo ABC, con ayuda del ortocentro? ¿En este caso el ortocentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo DF? Respuesta: Sí, se dibuja un triángulo cualquiera ABC y se busca el ortocentro.



b. Tres ciudades se encuentran de manera que forman un triángulo como el que se muestra en el siguiente mapa a escala





Se quiere construir una carretera desde la ciudad B hasta un punto de control E que corresponde al punto medio entre las ciudades A y C. ¿en qué punto del mapa se debe encontrar otro punto de control de manera que este se encuentre al doble de distancia a la ciudad B que al punto de control E? Respuesta: Basta determinar el baricentro de la circunferencia, es decir el punto de intersección entre las rectas de bisectrices del triángulo.

Sección 9 Plano cartesiano

Lección 38 (Página 114 y 115)

1.

В(-	-4,	7)	
C(-	-3,	2)	

D(-2, 0)

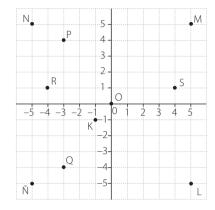
E(-5, -1)

F(-2, -5)

G(0, -3)

H(4, -2)I(2, 1)





e. V

i. V

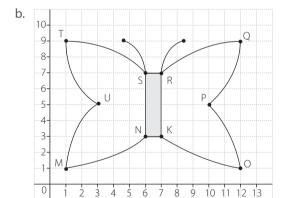
f. V

j. F

h. V

3. a.

- El punto E.
- · Los puntos B y C.
- Los puntos A con F y C con H.
- El punto A.
- El punto H.
- El punto E.



- c. Su área es 3 unidades cuadradas.
- d. Su área es 24 unidades cuadradas.
- e. Su área es 24 unidades cuadradas.
- f. Las coordenadas de los otros dos vértices pueden ser:

(6, 0) y (6, 4)

(4, 6) y (8, 6)

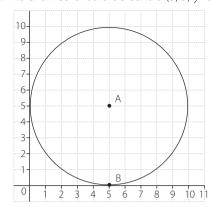
(4, -2) y (8, -2)

g. Las coordenadas de los otros dos vértices pueden ser:

(1, 4) y (6, 4)

(1, -2) y (6, -2)

- h. El punto es D(5, 4).
- i. Es el único círculo de centro (5, 5) y radio 5.



- j. T puede ser cualquier punto sobre la recta x = 13 o x = -3, por lo que hay infinitas soluciones.
- **k.** El vértice es D(6, 7); D'(0, 7); D"(6, -3).
- I. Punto medio de \overline{AB} es (6, 6). Punto medio de \overline{CD} es (-2, -1).

m.
$$\left(\frac{x1+x2}{2}, \frac{y1+y2}{2}\right)$$

Lección 39 (Páginas 116 y 117)

1.

c. i

a. \vec{p}

d. $\vec{g} \neq \vec{j}$

b. \vec{k}

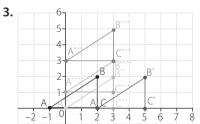
e. \vec{o}

2. a. (0, -5)

b. (2, 6)

d. (-2, -1)

c. (2, 1)



- **4.** a. El vector es (5, 4).
 - b. El vector es (9, 0).
 - c. Roberto tiene razón.
 - d. El punto es B'(12, 6).
 - e. El punto es A(-1, -1).
 - f. $\vec{x} = (3, 0)$
 - g. Las nuevas coordenadas son (1, -3) y (-2, -1).

h. Las nuevas coordenadas son:

A'(-15, -1)

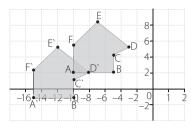
D'(-8, 2)

B'(-10, -1)

E'(-12, 5)

C'(-10, 1)

F'(-15, 2)



- i. Las coordenadas del triángulo trasladado son (-5, -1), (-5, 5) y (-3, 4).
- j. Las coordenadas de los vértices del nuevo triángulo son:

$$A'(-4, -5)$$

$$B'(2, -5)$$

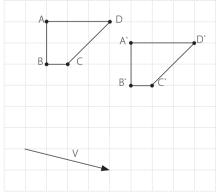
$$C'(-1, -2)$$

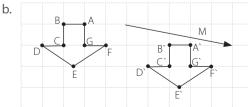
- k. El vector traslación es (3, 11).
 - Las coordenadas de los vértices imágenes de E y F son: E'(10, 21) y F'(12, 11).
- I. El área del rombo desplazado es 24 cm².
 - El perímetro del rombo es 20 cm.
- **m.** Antonio, ya que el auto en movimiento mantiene siempre la forma inicial.

¿Cómo voy? (Página 118)

- 1. a. IMPOSIBLE
- d. IMPOSIBLE
- b. IMPOSIBLE
- e. IMPOSIBLE
- c. POSIBLE
- f. IMPOSIBLE

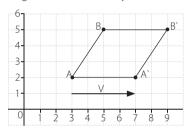
2. a.





Desafío de integración (Página 119)

- **1. a.** En el vector (6, 5).
- El vector (-6, -5).
- b. El punto pertenece a la circunferencia.
- c. Sí, pertenece al perímetro de uno de los posibles cuadrados con un vértice en (3, 2).
- d. El cuarto vértice es (8, 2).
 - El perímetro del rectángulo es 14 unidades y el área es 10 unidades cuadradas.
- e. El área del triángulo es 6 unidades cuadradas.
 - Midiendo con regla.
- f. El área de la circunferencia es 16π unidades cuadradas y el perímetro es 8π unidades.
- g. Las componentes del vector desplazamiento son (0, 0).
- h. Las coordenadas de los otros vértices del paralelogramo son: A'(7, 2) y B'(9, 5).



- i. Se puede desplazar según los vectores (-3, 0) o (3, 0).
 - Los vértices son (0, 1) y (0, 4) o (6, 1) y (6, 4).
 - El perímetro del cuadrado es 12 unidades y el área es 9 unidades cuadradas.
- j. Las coordenadas de rectángulo original son C(7, 4) y D(1, 4).
 - El perímetro del rectángulo es 18 unidades y el área es 18 unidades cuadradas.
- k. Las coordenadas de los otros vértices son (5, 5) y (8, 3).
 - Las diagonales del rombo miden 6 unidades y 4 unidades.
 - El área del rombo es 12 unidades cuadradas.

Resolución de problemas (Páginas 120 y 121)

- **1.** a. Existen dos posibles rectángulos, un rectángulo con vértices en (5, 4) y (5, 1) y otro rectángulo con vértices en (-3, 4) y (-3, 1).
 - b. El tercer vértice del triángulo puede estar sobre cualquier punto de la recta y = 6 o y = -2.
 - c. Se pueden realizar infinitos cuadrados, que tendrán sus vértices en el origen y el vértice opuesto sobre la circunferencia con centro en el origen y radio 3 √2, de igual forma los vértices restantes estarán sobre una circunferencia con centro en el origen y radio 3.

- d. El área del círculo es 16 π unidades cuadradas y el perímetro es 8 π unidades.
- e. El área de la fachada es 33 unidades cuadradas.
 - El perímetro de la puerta es 10 unidades y el área es 6 unidades cuadradas.
 - Los nuevos vértices son (13, 7) y (16, 4), formando el techo de la casa. El área del techo es 21 unidades cuadradas.
 - Las coordenadas de los vértices desplazados son (16, 0) y (16, 4), formando el costado de la casa. El área del costado es 28 unidades cuadradas.
 - El área total del esquema de la casa es 82 unidades cuadradas.
- f. El vector pueden ser los radios pertenecientes a una circunferencia con centro en uno de los vértices y radio 6 unidades.
 - $(-1, 5 \lor (5, 5))$.
 - 36 unidades cuadradas y 24 unidades.
- 2. a. Existen dos rectángulos que tienen un área de 20 unidades cuadradas. El primero tiene sus vértices en (2,5) y (7,5) y el segundo en (2,-3) y (7,-3).
 - b. Los otros vértices de la cacha se encuentran en los puntos (0, 10) y (16, 10).
 - El centro de la cancha se encuentra en el punto
 - Su área es π unidades cuadradas
 - Los otros vértices del rectángulo mayor se encuentran en los puntos (9, 2) y (0, 8).
 - Su área es 12 unidades cuadradas y su perímetro es 16 unidades.
 - · Los otros vértices del rectángulo menor se encuentran en los puntos (0, 4) y (0, 6).
 - Su área es 2 unidades cuadradas y su perímetro es 6 unidades.
 - El vector desplazamiento del rectángulo mayor es (14, 0).
 - El vector desplazamiento del rectángulo menor es (15, 0).
 - El área total de la cancha es 160 unidades cuadradas y su perímetro es 52 unidades.
- **3.** a. ¿Cuál es el otro vértice? Respuesta: (-2, 7).
 - b. ¿Cuál es su perímetro? Respuesta: 14 unidades.

¿Qué aprendí? (Páginas 122 y 123)

- **1.** D **2.** C
- **5.** C
- **9.** B **10.** C
- **13.** A **14.** A

- **3.** A
- **6.** C **7.** D
- **11.**C

- **4.** A
- 8. (
- **12.** D

Parte II: Evaluación de habilidades

- 15. a. El ángulo de apertura del portón es 70°.
 - b. Los ángulos interiores del polígono regular miden
 - c. El área de la figura es 117 cm².
 - El perímetro de la figura es 48 cm, que no es equivalente a la suma de los perímetros de los cuadrados.
 - d. El área del patio es 104 m².
 - El área de la parte triangular es 16 m².
 - Se necesitarán 88 baldosas.
 - e. No es correcto, ya que la traslación de una figura da como resultado una imagen congruente con la original.
 - f. No, ya que un triángulo equilátero tiene tres ángulos iguales de 60°.
 - g. Se necesitarán 24 m de reja.
 - h. El perímetro de la región comprendida entre las figuras es $(96 + 24 \pi)$ cm = 171,36 cm.
 - i. Se necesitan $(24 \pi + 20)$ cm = 95.36 cm de cinta.
 - i. El área del circulo mide $25 \pi \text{ cm}^2 = 78.5 \text{ cm}^2$.
 - k. Se pueden obtener 441 monedas puestas una al lado de otra y sobran 1,7 m² de cobre. Se pueden obtener 584 monedas utilizando todos los restos v sobran 0.0036 m² de cobre.
 - I. Debe determinar el punto medio del arco y la cuerda, e intersecar esos puntos con la flecha. La flecha quedará a 40 cm de los extremos.
 - m. El segmento mide 7,5 cm.
 - n. Las coordenadas de los otros vértices son (12, 7) y
 - El área del paralelogramo es 18 unidades cuadradas.

UNIDAD 4 Estadística y probabilidad

Sección 10 Muestreo y representación de datos

Lección 40 (Páginas 124 y 125)

- 1. a. Población: alumnos de un colegio. Muestra: alumnos de 7.º básico.
 - b. Población: los integrantes de la familia. Muestra: los integrantes menores de 30 años.
 - c. Población: 1800 estudiantes de un colegio. Muestra: 600 estudiantes del colegio.
 - d. Población: 2000 trabajadores de una industria. Muestra: 700 trabajadores de la industria.
 - e. Población: habitantes de un país. Muestra: 10% de la población.

- f. Población: alumnos de un colegio.
 Muestra: alumnos de 7.º básico.
- g. Población: las familias de una región.Muestra: 10% de las familias de la región.
- 2. a. La población de moscas de la fruta.
 - La muestra es 100 moscas de la fruta.
 - La variable estadística es el color rojo en los ojos de la mosca de la fruta.
 - Un conjunto de datos con "tiene" o "no tiene" ojos rojos.
 - **b.** La población chilena.
 - La variable estadística es la pertenencia a alguna red social.
 - El conjunto de datos son las distintas redes sociales.
 - c. La población son los alumnos de un colegio.
 - La variable estadística es el deporte preferido por los alumnos.
 - La muestra fueron sus tres mejores amigos.
 - Es errónea debido a lo pequeño de la muestra y su poca diversidad, ya que se trata de su grupo de amigos.
 - d. La población es un curso de 40 estudiantes y la muestra es 20 estudiantes del curso.
 - La variable estadística es la preferencia en la elección de mascotas y los datos de estudio son perro, gato, canario, conejo y otros.
 - La mascota preferida por los alumnos es el perro.
 - Es correcto ya que la muestra del estudio se considera representativa.
 - e. La población de estudio son los cursos de 7.º básico de un colegio.
 - Constituir la muestra con 5 alumnos de 7.º A, 6 del 7.º B y 4 del 7.º C...
 - La generación del 7.º básico tiene en promedio nota 5,2.
 - f. La población de estudio son los clientes de un supermercado y la muestra es 500 personas que compraban en el supermercado.
 - Se deben colocar los productos de las categorías más representativas de la muestra como detergentes, alimentos no perecibles, pan y lácteos.
 - g. Lo que Pablo dice no es correcto, ya que la muestra corresponde a 1500 personas pertenecientes a las comunas de los alrededores de Santiago centro.
 - La muestra deben ser 1500 personas escogidas al azar de las comunas de la región metropolitana en proporción de sus habitantes respecto del total de la población.

Lección 41 (Páginas 126 y 127)

Estudio		Muestra
Consumo de una bebida energética.	\rightarrow	Jóvenes que asisten a un concierto.
El uso de celulares en un colegio.	\rightarrow	Un grupo conformado por dos estudiantes de cada curso.
Tipos de actividades culturales que serán parte de un programa de fomento de la cultura en una municipalidad.	\rightarrow	Miembros del grupo juvenil del barrio.
Áreas verdes y espacios de esparcimiento que se construirán en una comuna de acuerdo a las necesidades de la comunidad.	\rightarrow	Miembros del grupo juvenil del barrio.
Tipos de resguardo de seguridad que se utilizan en casa o departamentos.	\rightarrow	Dueñas de casa.
Sabores preferidos de una marca conocida de helados artesanales.	\rightarrow	Niños y niñas entre 6 y 10 años.

- **2.** a. F c. V e. V g. F b. V d. V f. V
- **3.** a. La población son los niños entre 3 y 6 años y la variable estudiada son las dificultades del lenguaje de los niños.
 - No, porque con la muestra escogida no se puede generalizar a toda la población y tampoco es aleatoria.
 - No, ya que no es una muestra aleatoria de la población.
 - Una muestra con un número determinado de cursos de Prebásica de escuelas de cada región escogidas al azar.
 - Se podría formular preguntas consultando las palabras o letras que más les cuesta pronunciar.
 - b. La población son los turistas que visitan la ciudad de Viña del Mar.
 - La variable a estudiar es el número de veces que los turistas visitan la ciudad de Viña del Mar al año, correspondiente a una variable cuantitativa discreta.
 - La muestra escogida es 300 turistas del aeropuerto, la cual no es representativa porque no es aleatoria respecto de todos los turistas que visitan Viña del Mar en otros medios de transporte.

- La muestra debe ser aleatoria, es decir cada turista que visita Viña del Mar debe tener la misma posibilidad de ser encuestado.
- La muestra deberían ser turistas que desarrollen deportes al aire libre por la costanera.
- c. Debido a que la población de turistas es muy grande.
 - Alrededor del 50% de turistas son chilenos, el 30% son argentinos y el 20% son brasileños.
 - Alrededor de 300 argentinos visitaron la ciudad.
 - Alrededor de 500 eran chilenos y 200 eran brasileños.
- d. La población son los clientes chilenos de una agencia de viajes y la variable de estudio es el destino favorito de los clientes en vacaciones de invierno.
 - La muestra deben ser clientes chilenos de todo el país, escogidos al azar que viajen en invierno.
 - De 3000 clientes 1000 deben ser mujeres.
 - Sí, ya que la muestra ha sido filtrada según la variable que considera el estadístico.

Lección 42 (Páginas 128 y 129)

1. a

Cantidad de atenciones médicas			
Días	f		
Lunes	20		
Martes	36		
Miércoles	30		
Jueves	34		
Viernes	28		

b.

Total de puntos	Cantidad de lanzamientos
Resultado	Frecuencia
1	5
2	4
3	5
4	4
5	8
6	4
Total	30

c.

Cantidad de goles anotados en un torneo			
Goleador	Frecuencia		
Pedro	10		
Marcelo	15		
Ignacio	9		
Javier	18		

2.

a.

Medios de transporte que utilizan los alumnos de 7.º básico para ir al colegio				
Transporte	Frecuencia			
Metro	8			
Bicicleta	2			
Patineta	10			
Bus	4			
Total	24			

h

	N. 4. 14. 11. 1. 1. 1. 1. 1.						
	Notas obter	nidas en la prue	ba de Inglés				
	Nota	6.° A	6.° B				
	2,5	1	1				
	3,0	1	1				
	3,5	2	1				
	4,0	1	1				
	4,5	0	2				
	5,0	0	2				
	5,5	3	1				
	6,0	1	1				
	6,5	2	2				
b.	7,0	3	3				

- **3.** a. La variable es la edad que tenían los niños al momento de caminar por primera vez.
 - La mayoría de los niños camina a los 12 meses.
 - Es falsa, ya que solo el 40 % de los niños de la muestra comenzó a caminar luego de los 12 meses.

Meses	f	F	f,	f¸ac
9	1	1	0,02	0,02
10	4	5	0,08	0,1
11	9	14	0,18	0,28
12	16	30	0,32	0,6
13	11	41	0,22	0,82
14	8	49	0,16	0,92
15	1	50	0,02	1

b.

Meses	f	F	f _r (deci- mal)	f _r (frac- ción)	f _%
Vainilla	2	2	0,117	<u>2</u> 17	11,7
Melón	4	6	0,235	<u>4</u> 17	23,5
Piña	2	8	0,117	<u>2</u> 17	11,7
Frutilla	4	12	0,235	<u>4</u> 17	23,5
Crema	2	14	0,117	<u>2</u> 17	11,7
Manjar	3	17	0,176	<u>3</u> 17	17,6

- Faltan las frecuencias absolutas de la variable.
- La variable es la preferencia en sabores de helados.
- La mayoría de las personas prefiere helado sabor melón o frutilla.
- Se debe mirar la última fila de la columna de la frecuencia absoluta acumulada.
- Se debe mirar la última columna de la frecuencia relativa.
- c. Es falso, son más las mujeres contando los postgrados las mujeres son 91 y los hombres 90.
 - Es falso, el porcentaje de hombres corresponde a 8 % mientras que las mujeres es 6,1 %.
 - Existe una mayor diferencia en el grupo de las mujeres, ya que hay una diferencia de 69 mujeres mientras que de los hombres es 60.
 - Fueron encuestados 185 hombres y 197 mujeres.

Nivel de estudio mujeres	f	F	f _r
Básico	10	10	0,0507
Medio	96	106	0,487
Universitario	79	185	0,401
Postgrado	12	197	0,061

d.

- El postulante obtiene 677 puntos para la carrera.
- El alumno debe obtener 654 puntos en matemática.

Lección 43 (Páginas 130 y 131)

1. a. • La variable en estudio es el tipo de empanada vendida y sus valores son pino, queso, napolitana y vegetariana.

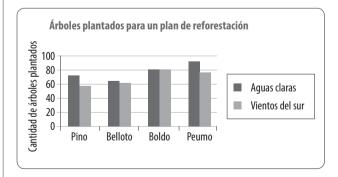
- El eje horizontal representa el tipo de empanada y el eje vertical la cantidad de empanadas.
- Las barras verdes representan la cantidad de empanadas vendidas por local "la Lupe".
- La empanada que menos se vende es la de queso.
- El Local "la Pepa" vende más empanadas de pino.
- El local "la Pepa" vende más empanadas en total.
- b. El sector de menor área representa la preferencia de sabor de helado de lúcuma.
 - 10% de las personas prefiere helado de lúcuma.
 - El sabor de helado preferido por más personas es el de Vainilla.
 - El 15 % de las personas prefiere el sabor de helado de Frutilla
 - 81 personas prefieren sabor de helado de vainilla, 54 personas prefieren chocolate, 27 personas prefieren frutilla y 18 personas prefieren lúcuma.
- 2. a. Es posible utilizar un gráfico circular.

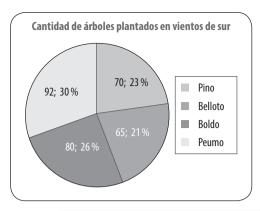
h.

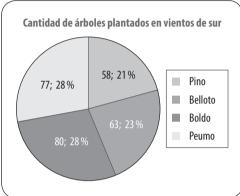
- Ejemplo de respuesta: gráfico de puntos.
- No, ya que también sirven otros. Por ejemplo: gráfico de barras.

C.

- Ejemplo de respuesta: gráfico de barras.
- No, ya que también sirven otros. Por ejemplo: gráfico circular.
- d. El gráfico más adecuado es de barras porque los datos son cuantitativos no agrupados.
- e. Según el tipo de datos es posible realizar un gráfico de barras o un gráfico circular. Con un gráfico circular podemos relacionar la cantidad de árboles de cierto tipo respecto del total de árboles y con un gráfico de barras comparar la cantidad de árboles de cierto tipo que hay en un terreno respecto de la cantidad del mismo árbol en el otro terreno.







f. Alexis tiene la razón ya que si solo trata del tiempo se puede definir una línea, pero se puede analizar la posición de un objeto respecto del tiempo lo que se puede representar con un gráfico de puntos continuos.

¿Cómo voy? (Página 132)

- 1. a. La población son los habitantes de Temuco, la variable estudiada es el detergente utilizado por los habitantes para lavar ropa y la muestra es representativa es representativa en el caso de que sean hogares escogidos al azar.
 - b. La población son los habitantes de Chiloé, la variable estudiada es la religión practicada por los habitantes y la muestra no es representativa ya que deben ser habitantes escogidos al azar y no un sector específico de la población.

2.

Nivel de estudio de los habitantes de una ciudad					
Nivel educativo	N° de personas	Porcentaje de personas			
Prebásica	20	20			
Básica	50	50			
Media	20	20			
Superior	10	10			
Total	100	100			

3. a. V

b. F

c. F

d. V

4. Un gráfico de barras o un gráfico circular. Con un gráfico de barras se presenta fácilmente los máximos, mínimos y las diferencias entre los datos, mientras que un gráfico circular nos permite comparar un dato respecto del total de la muestra.

Desafío de integración (Página 133)

1. a.

Distancia que recorre a diario seis estudiantes		
Alumno	Distancia (m)	
Javier	1300	
Eduardo	2400	
Daniela	4700	
Josefa	3700	
Catalina	7400	
Cristián	3700	

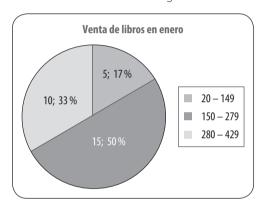
 El gráfico más adecuado es un gráfico de barras, ya que presenta claramente las distancias máxima y mínima recorridas y es posible comparar fácilmente las distancias entre los estudiantes.



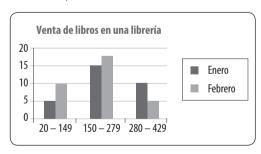
b.

Altura en metros de los árboles de una parcela			
Altura	f	F	Fr
1	1	1	0,011
2	11	12	0,125
3	13	25	0,148
4	9	34	0,102
5	15	49	0,17
6	12	61	0,136
7	7	68	0,08
8	13	81	0,148
9	6	87	0,068
10	1	88	0,011
Total	88		1,0

- No es necesario realizar una tabla con intervalos debido al rango de los datos no es grande para dividirlo en intervalos.
- La parcela tiene 88 árboles en total.
- La mayoría de los árboles miden 5 metros.
- El 44,3 % de los árboles mide más de 5 metros.
- La columna de la frecuencia absoluta acumulada nos entrega la cantidad de árboles menores a 2 metros.
- Un gráfico de puntos o un pictograma que son fáciles de leer o llaman la atención del lector.
- c. La venta de libros de 150 a 279 páginas fue mayor en febrero.
 - El intervalo que presenta una menor diferencia en las ventas son los libros de 150 a 279 páginas.
 - Para conocer los porcentajes de libros que se vendieron se debe utilizar un gráfico circular.



- En enero se vendió un 50% de libros de 150 a 279 páginas.
- Es posible realizar un gráfico de barras doble en donde aparecen los datos de ambos meses.



• La venta de libros de 20 a 149 páginas fue menor en enero.

Resolución de problemas (Páginas 134 y 135)

1. a.

Cantidad de vehículos de transporte público por tipo			
Vehículo f F fr			
Taxis	2000	2000	0,087
Buses interurbanos	8000	10 000	0,348
Buses de locomo- ción colectiva	10000	20 000	0,435
Colectivos	3000	23 000	0,13
Total	23 000		1,0

El 8,7% del transporte público son taxis, el 34,8% son buses interurbanos, el 43,5% son buses de locomoción colectiva y el 13% son colectivos. El transporte público que más circula por la ciudad son los buses de locomoción colectiva.

b.

Cantidad de profesionales egresados de una universidad en un año			
Carrera	F	F	fr
Enfermería	15	15	0,349
Terapia ocupacional	6	21	0,14
Fonoaudiología	10	31	0,233
Terapia del lenguaje	12	43	0,279
Total	43		1,0

El 34,9% de los egresados son de enfermería, el 14% son de terapia ocupacional, el 23,3% son de fonoaudiología y el 27,9% de terapia del lenguaje.

 La carrera de enfermería tiene el mayor porcentaje de graduados y la carrera de terapia ocupacional tiene el menor porcentaje de graduados.

c.

Edad de los niños asistentes a un programa de recreación			
Edad (años)	F	F	fr
5	20	20	0,235
6	17	37	0,2
8	13	50	0,153
10	15	65	0,176
12	20	85	0,235
Total	85		1,0

La mayor cantidad de niños asistentes tiene 5 o 12 años. El 17,6 % de los niños asistentes tiene 10 años. El 23,5 % de los niños asistentes tienen 12 años. El 76,4 % de los niños asistentes tienen hasta 10 años.

d.

Edad de los niños asistentes a un programa de recreación			
Género musical	f	F	fr
Salsa	20	20	0,227
Folklórica	15	35	0,17
Rock	25	60	0,284
Reguetón	10	70	0,114
Clásica	18	88	0,205
Total	88		1,0

- La mayoría de los clientes prefiere el rock, de un total de 88 clientes entrevistados.
- El 22,7 % de los clientes prefiere la salsa, el 17 % prefiere folklórica, el 28,4 % prefiere el rock, el 11,4 % prefiere el reguetón y el 20,5 % prefiere la clásica.

e.

Cantidad de estudiantes por zona en una ciudad			
Zona	f	F	fr
Oriente	15	15	0,3
Occidente	10	25	0,2
Norte	16	41	0,32
Sur	9	50	0,18
Total	50		1,0

El 30% de los estudiantes vive en la zona oriente, el 20% vive en la zona occidente, el 32% vive en la zona norte y el 18% en la zona sur. La mayoría de los estudiantes vive en la zona norte.

- f. El 68% de los clientes tiene más de 30 años.
 - El 80 % de los clientes tiene entre 10 y 40 años.
 - Fueron registrados 25 clientes.
 - La mayoría de los clientes tiene entre 30 y 40 años.

2. a.

- El 35 % de las llamadas tiene una duración mayor a media hora.
- El 30% de las llamadas tiene una duración menor a 20 min
- Sí, le conviene ya que la mayoría de las llamadas duran más de 20 minutos.
- b. Germán participó en 18 partidos.
 - Su mejor resultado en un partido fueron 36 puntos.

- El resultado que más repitió fueron "30 puntos".
- En su "peor partido" Germán hizo "11 puntos".
- c. La mayoría de las personas tenían 15 años.
 - El 64,3 % de los visitantes tenía menos de 20 años y el 25 % tenían más de 20 años.
 - Se debería decidir por uno para mayores de 14 años.

Sección 11 Medidas de tendencia central

Lección 44 (Páginas 136 y 137)

- **1.** a. 37,87 c. 15,7 f. 500 b. 162 d. 5273,5 g. 1440,6 e. 17,93
- **2.** a. F
 - b. F f. F j. F c. F g. V k. F d. V h. F l. F e. F i. F m. F
- 3. a. En promedio hicieron 13 goles.
 - b. La estatura promedio de los jugadores es 162.5 cm.
 - El promedio varía aumentando a 162,87 cm.
 - No, ya que se separa de mucho del rango de los demás estudiantes.
 - c. En promedio en un mes los buses recorren 390,22 km aproximadamente.
 - 77 buses irán a mantención.
 - d. La edad promedio de los estudiantes del taller de teatro es 16,7 años aproximadamente.
 - El promedio varía aumentando a 17,5 años.
 - Sí, ya que aumenta en un año la edad promedio y con ello el foco de la oferta de talleres.
 - e. El dato podría ser 21.
 - f. Sí es posible, la nota mínima sería 6,5.

Lección 45 (Páginas 138 y 139)

- **1**. a 40
- **d.** 1200
- **q.** 16 v 45

- b. 15
- e. Amodal
- h. Amodal

- c. 500
- f. 9
- i. 158, 160 y 168

2. a. V b. F

d. V

e. F

c. F

- f. F
- **3.** a. La moda es domingo.
 - El promedio es menor a la moda.
 - b. La mayoría de las guaguas tiene una estatura de 48 cm, 50 cm o 52 cm.
 - La mayoría está de las guaguas está sobre la media.
 - La moda no se ve afectada, porque será la única guagua de 40,5 cm.
 - c. La mayoría de los estudiantes de 7.º básico estudian 12 horas.
 - El colegio deberá tomar medidas.
 - d. La mayoría de los niños tiene 2 juguetes.
 - Debería comprar 25 juquetes.
 - Debe comprar 30 juguetes y repartir de a tres juquetes a 10 niños.
 - e. La mayoría de los estudiantes obtuvo entre 29 y 35 preguntas correctas.
 - Los estudiantes irán a reforzamiento.

Lección 46 (Páginas 140 y 141)

- **1.** a. 6
- c. 15
- e. 6
- **q.** 15,5

- b. 4
- **d.** 30
- f. 40
- h. 36

- **2.** a. V
- d. F e. V
- g. F

- b. V c. V
- f. F
- h. F i. V

- **3.** a. 7 kg
 - b. La mayoría de los días el clima fue nublado.
 - La mediana de los días el clima fue lluvioso y no coincide con la moda.
 - No es posible porque la variable es cualitativa.
 - c. El tiempo medio de espera es 10,71 minutos.
 - La mayoría de los recorridos tiene un tiempo de espera de 20 minutos.
 - El tiempo mediano de espera es 12,5 minutos.
 - · El promedio.
 - d. En promedio en la semana se vendieron 942 pasajes aproximadamente.
 - · La sucursal no recibirá el bono.
 - Sí, porque un día la cantidad de pasajes vendidos por la aerolínea es mayor.
 - El promedio, por ser una variable cuantitativa.

- e. El gasto de agua promedio en la casa de Juan es \$ 3633.
 - El gasto de agua mediano en la casa de Juan es \$ 3349.
 - Sí, en el caso de la mediana cambia la cantidad de datos por ende la posición de la mediana y el promedio disminuye al quitar el valor más alto.
 - El promedio.
- f. No, porque se desconoce la cantidad de datos.

Lección 47 (Páginas 142 y 143)

- 1. a. El rango de la estatura del equipo de vóleibol y básquetbol es 4 cm.
 - La media de la estatura del equipo de vóleibol es 161,46 cm y del de básquetbol es 161,15 cm.
 - La mediana de la estatura del equipo de vóleibol es 162 cm y del de básquetbol es 161 cm.
 - La moda de la estatura del equipo de vóleibol es 162 cm y del de básquetbol es 161 cm.

	Media	Moda	Mediana
Vóleibol	161,46	162	162
Básquetbol	161,15	161	161
Diferencia	0,31	1	1

- En promedio la diferencia de altura de los dos equipos es 0,31 cm y que la diferencia entre la altura de la mayoría del equipo de vóleibol y de la mayoría del equipo de básquetbol es 1 cm.
- Para cada caso escoger el valor más alto para destacar la altura del equipo.
- b. El rango no se puede calcular ya que es una variable ordinal
 - La media de los resultados de Valeria es 1,92 y de Nadia es 1,73.
 - La mediana de los resultados de Valeria y Nadia es la segunda posición.
 - La moda de los resultados de Valeria es la segunda posición y de Nadia es la primera posición.

	Media	Moda	Mediana
Valeria	1,92	Segunda	Segunda
Nadia	1,73	Primera	Segunda
Diferencia	0,19	1 puesto	

• En promedio no hay un puesto de diferencia entre las dos competidoras y que la mayoría de las veces Nadia obtiene el primer puesto, mientras que Valeria la mayoría de las veces obtiene el segundo puesto.

- Para cada caso escoger el valor más cercano al primer puesto para destacar la capacidad del atleta.
- c. La media de la temperatura de la semana 1 es 9 grados y de la semana 2 es 6 grados.
 - La mediana de la temperatura de la semana 1 es 9 grados y de la semana 2 es 6 grados.
 - La moda de la temperatura de la semana 1 es 9 grados y de la semana 2 es 6 grados.

	Media	Moda	Mediana
Semana 1	9 grados	9 grados	9 grados
Semana 2	6 grados	6 grados	6 grados
Diferencia	3 grados	3 grados	3 grados

- En promedio la diferencia de temperatura entre las dos semanas fue 3 grados y que en cada semana las tres medidas de tendencia central coinciden ya que la temperatura se mantuvo constante.
- Debido a la que la temperatura fue constante todas las medidas son iguales, sin embargo para el caso de la temperatura se debe usar el promedio.
- d. No se puede calcular el rango porque la variable es cualitativa nominal.
 - No se puede calcular la media porque la variable es cualitativa nominal.
 - La mediana de las ventas de Elisa y Vanesa son las poleras.
 - La moda de las ventas de Elisa y Vanesa son las poleras.
 - La tabla no nos entrega información porque no se puede calcular la diferencia de las medidas de tendencia central.
 - La mediana o la moda.

¿Cómo voy? (Página 144)

- **1.** a. 17
 - **b.** 30
- 2. La mayoría de los clientes asiste 3 días al gimnasio.
- 3. La mediana de los ahorros es \$ 15 000.
- **4.** a.

	Media	Moda	Mediana
Conjunto 1	5,625	3; 6	5,5
Conjunto 2	3,625	2	3
Diferencia	2	1; 4	2,5

El segundo conjunto tiene menor diferencia entres sus medidas de tendencia central, por lo tanto los valores son más parecidos entre sí.

Desafío de integración (Página 145)

- **1. a.** El gasto promedio mensual es \$32778 aproximadamente.
 - La mayoría de los jefes de hogar gastan \$ 19000, \$ 20000 o \$ 35000.
 - La mediana del gasto en gas es \$34000.
 - El 50 % de los datos se concentra entre \$ 15 000 y \$ 35 000, que corresponde al intervalo de la mediana.
 - b. Es posible determinar la moda, porque es el valor que más se repite.
 - · La moda es el fútbol.
 - No es posible calcular medidas de tendencia central para una variable cualitativa.
 - La moda que muestra la preferencia de la mayoría.
 - c. El rango es 350 000 barriles.
 - La producción promedio es de 240 000 barriles.
 - La mayoría de los pozos producen 180 000 o 300 000 barriles.
 - La mediana en la producción de los pozos es 200 000 barriles.
 - Utilizar la medida de menor valor para aumentar el precio del barril.

Resolución de problemas (Páginas 146 y 147)

- 1. a. El domingo debería estudiar 3,8 horas.
 - b. El domingo debería correr 21,7 km.
 - c. Lo puede lograr aumentando el recorrido en 6 km diariamente.
 - d. La suma máxima sería 28. Ejemplos: 7, 7, 7 y 7 o bien 7, 6, 8 y 5.
 - No, que que debe ser menor que 3.
 - La suma máxima sería 4.

2.

- a. La suma mínima debe ser 12. Podría serlo si cada caja (x) tuviera solo 1 artículo defectuoso.
 - 5,5.
 - 4.8.
 - No. Ahora los controles valen menos.
 - 7.

2

- a. ¿Cuál es el valor de x? Respuesta: x = 4.7.
- **b.** ¿Cuál es el promedio? Respuesta: El promedio es 8,625.

Sección 12 Probabilidades

Lección 48 (Páginas 148 y 149)

- 1.
- a. Sí.
- c. Sí.
- e. No.
- **g.** No.

- b. No
- d. Sí.
- f. Sí.

- 2.
- a. D
- c. D
- e. A

- b. A
- d. A

- 3.
- a. $\Omega = \{\text{femenino}, \text{masculino}\}\$
- b. $\Omega = \{(1,C), (1,S), (2,C), (2,S), (3,C), (3,S), (4,C), (4,S), (5,C), (5,S), (6,C), (6,S)\}$
- c. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- d. $\Omega = \{CC, CS, SC, SS\}$
- **4.** Por ejemplo:
 - a. Obtener un número par.
 - b. Extraer una bola roja.
 - c. Formar ABC.
 - d. Obtener CCC.
 - e. Elegir una pareja de chilenos. E

5.

a. $\Omega = \{$ mujer de 25 o menos, hombre de 25 o menos, mujer entre 26 y 32, hombre entre 26 y 32, mujer de 32 o más, hombre de 32 o más $\}$

Suceso A	Casos favorables
Elegir una mujer	7
Elegir un hombre de menos de 26 años	1
Elegir una persona entre 26 y 32 años	7
Elegir un hombre de 32 años o más	5

b. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Suceso A	Casos favorables
Obtener un 2	1
Obtener un número primo	6
Obtener un número par	7
Obtener un número impar menor que 12	6
Obtener un número mayor que 5 y menor o igual que 10	5
Obtener un múltiplo de 6	2
Obtener un divisor de 30	6

- c. Obtener un 2, un 4 o un 6.
- d. Obtener un 4, 5, 6, 7, 8, 9 o 10.
- e. Obtener cara y 6 puntos.
- f. Obtener (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6).
- g. Obtener un As de trébol, un 2 de trébol o un 3 de trébol.
- h. Obtener (1,5), (1,6), (2,6), (5,1), (6,1) o (6,2).
- i. Elegir blanco y azul. Elegir rojo y azul o rojo y blanco
- i. Elegir dos hombres. Elegir dos hombres.
- k. Los sucesos son comprar un auto azul de 5 puertas con alarma, un auto azul de 5 puertas sin alarma, un auto azul de 3 puertas con alarma, un auto azul de 3 puertas sin alarma, un auto plata de 5 puertas con alarma, un auto plata de 5 puertas sin alarma, un auto plata de 3 puertas con alarma o un auto plata de 3 puertas sin alarma.
- I. Los sucesos son salir al sur en bus alojando en hostal, salir al sur en bus acampando, salir al sur en avión alojando en hostal, salir al sur en avión acampando, salir al sur en su vehículo alojando en hostal, salir al sur en vehículo acampando, salir al norte en bus alojando en hostal, salir al norte en bus acampando, salir al norte en avión alojando en hostal, salir al norte en avión acampando, salir al norte en su vehículo alojando en hostal o salir al norte en vehículo acampando.

Lección 49 (Páginas 150 y 151)

1.

2.

- a. V
- c. V d. F
- e. V f. V

- b. V

a.

Deporte preferido por 100 estudiantes de una universidad			
Deporte Frecuencia relativa Porcenta			
Fútbol	0,16	16	
Tenis	0,18	18	
Básquetbol	0,10	10	
Natación	0,36	36	
Patinaje	0,20	20	

- · La respuesta más probable es natación.
- · La respuesta menos probable es básquetbol.

b.

Viajes semanales			
Edad Frecuencia (años) absoluta		Frecuencia relativa	
4	14	0,35	
5	10	0,25	
6	8	0,20	
7	6	0,15	
8	2	0,05	

- La respuesta más probable es 4 años.
- **3.** a. La frecuencia relativa de sale cara es 0.4.
 - La frecuencia relativa de sale sello es 0.6.
 - La frecuencia relativa de sale una estrella es 0.
 - La suma de las frecuencias relativas de sale cara y sale sello es 1.

b.

Extracción de una carta de una baraja de naipe español con reposición				
Pinta	Espada	Copa	Oro	Basto
f	1265	1236	1278	1221
f ₁	0,253	0,247	0,256	0,244
P ₁	25,3 %	24,7 %	25,6%	24,4%

- · La probabilidad de extraer una espada es 25,3 %, una copa 24,7 %, un oro 25,6 % y un basto
- Se espera que el experimento sea equiprobable, ya que las pintas se encuentran en la misma
- La probabilidad de extraer un oro es 0,25.
- La probabilidad del evento A corresponde a la suma de la probabilidad de obtener una espada y la probabilidad de obtener un oro.

C.

Lanzamiento de un dado			
Puntos	f	f _r	Р
1	6	0,20	20%
2	6	0,20	20%
3	5	0,17	17%
4	4	0,13	13%
5	5	0,17	17%
6	4	0,13	13%

- La frecuencia relativa de uno es 0,2.
- La frecuencia relativa de seis es 0.13.
- La frecuencia relativa de ocho es 0.
- La suma de las frecuencias relativas es 1.
- d. La enfermedad más probable es trastornos digestivos.
- e. El valor se acerca a 25 %.
 - Sí, ya que se encuentran en la misma razón.
 - La probabilidad de extraer copa es 0,25, correspondiente cociente entre los 10 sucesos favorables y los 40 sucesos totales.
 - Porque la probabilidad experimental depende de la cantidad de extracciones al azar.

Lección 50 (Páginas 152 y 153)

- a. Sí.
- b. Sí.
- c. No.
- d. Sí.

a.
$$P(A) = \frac{2}{8}P(B) =$$

a.
$$P(A) = \frac{2}{8}P(B) = 1$$
 d. $P(A) = \frac{5}{28}P(B) = \frac{23}{28}$

b.
$$P(A) = \frac{3}{8}P(B) = \frac{5}{8}$$
 e. $P(A) = \frac{1}{6}P(B) = \frac{5}{6}$

e.
$$P(A) = \frac{1}{6}P(B) = \frac{5}{6}$$

c.
$$P(A) = \frac{1}{2}P(B) = \frac{1}{2}$$

3.

a. $\Omega = \{\text{roja, azul, verde, amarilla}\}$

- La probabilidad es $\frac{1}{4}$.
- La probabilidad es $\frac{1}{4}$.
- La probabilidad es ¹/₄
- La probabilidad es 1/4.
- b. $\Omega = \{(I, R), (I, L), (A, R), (A, L)\}$
 - La probabilidad es ¹/₄.
 - La probabilidad es ¹/₄.
 - La probabilidad es 1
 - La probabilidad es 1/4.
- c. La probabilidad es $\frac{4}{9}$.
 - La probabilidad es $\frac{5}{9}$.

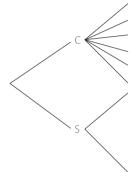
- d. Respuestas variadas. Ejemplo: Lanzar la ruleta y obtener 10.
- e. Porque los resultados no son equiprobables.
- f. Sacar una bolita y que sea gris oscuro.
 - Sacar dos bolitas y que estas sumen 10.
 - La probabilidad es $\frac{1}{4}$.
 - La probabilidad es $\frac{3}{4}$.

Lección 51 (Páginas 154 y 155)

- 1.
- a. 240 tenidas diferentes.
- b. 90 productos.
- c. 210 banderines.
- d. 60 directivas.
- e. 36 maneras.
- f. 2 posibilidades. Puede ser coco y chocolate.
 - La probabilidad es $\frac{1}{6}$.
 - La probabilidad es $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
 - La probabilidad es $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- g. 12 posibilidades.
 - La probabilidad es $\frac{1}{12}$
 - La probabilidad es $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.
 - La probabilidad es $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.
- h. 6 maneras.
 - La probabilidad es $\frac{1}{6}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{6}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{6}$.
- i. 200 claves diferentes.
 - La probabilidad es $\frac{1}{200}$
 - La probabilidad es $\frac{1}{200}$
 - La probabilidad es 0, porque no se pueden repetir.
 - La probabilidad es $\frac{1}{10}$
 - La probabilidad es $\frac{2}{5}$.

- i. 18 resultados.
 - La probabilidad es $\frac{1}{3}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{2}$
 - La probabilidad es $\frac{1}{3}$.
 - · La probabilidad es 0.
 - · La probabilidad es 1.

k.



- La probabilidad es $\frac{1}{4}$.
- La probabilidad es $\frac{1}{4}$.
- · La probabilidad es 0.
- · La probabilidad es 0.

¿Cómo voy? (Página 156)

- 1.
- a. $\Omega = \{(c, c), (s, s), (c, s), (s, c)\}, \# = 4$
- b. $\Omega = \{(ganar, ganar, ganar), (empatar, empatar, empatar), (perder, perder, perder), (ganar, perder, empatar)...\}, # = 27$
- c. $\Omega = \{(21, 23), (22, 22), (23, 21)\}, \# = 3$
- **2.** a.

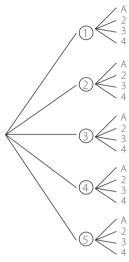
Libro preferido por 1 000 personas				
Libro	El arte de la Guerra	Bajo la misma estrella	Harry Potter	Las crónicas de Narnia
Personas	236	345	284	135
Frecuencia relativa	0,236	0,345	0,284	0,135

- a. Bajo la misma estrella.
- 3.
- a. La probabilidad de P(CC) = $\frac{1}{4}$, de P(CS) = $\frac{1}{4}$ y de P(SS) = $\frac{1}{4}$.

b. La probabilidad de P(G-G-E) = $\frac{1}{27}$, de P(E-P-G) = $\frac{1}{27}$ y de P(G-G-G) = $\frac{1}{27}$.

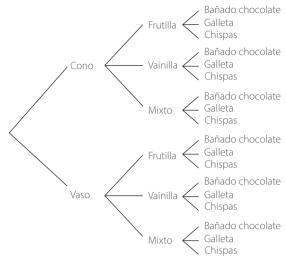
La probabilidad de P(22 niñas y 23 niños) = $\frac{1}{3}$, de P(22 niñas y 22 niñas) = $\frac{1}{3}$ y de P(20 niñas y 25 niñas) = 0.





Desafío de integración (Página 157)

- a. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - La probabilidad es $\frac{2}{3}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{3}$.
- b. $\Omega = \{M, N\}$
 - La probabilidad es $\frac{6}{7}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{7}$.
- c. La cardinalidad del espacio muestral es 52.
 - La probabilidad es $\frac{36}{52} = \frac{9}{13}$.
 - La probabilidad es $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$.
- d. La probabilidad es $\frac{1}{2}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{3}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{6}$.
- e. Tiene 18 posibilidades.



- La probabilidad es $\frac{1}{18}$
- La probabilidad es $\frac{1}{3}$.
- La probabilidad es $\frac{2}{3}$.
- f. 42 resultados.
 - La probabilidad es $\frac{15}{42}$.
- g. La probabilidad es $\frac{1}{8}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{120}$
- **h.** La probabilidad es $\frac{1}{3125}$

Resolución de problemas (Páginas 158 y 159)

- **1.** a. La probabilidad es $\frac{3}{35}$.
 - La probabilidad es $\frac{12}{35}$.
 - **b.** La probabilidad es $\frac{1}{9}$.
 - La probabilidad es $\frac{2}{9}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{9}$.
 - c. La probabilidad es $\frac{1}{2}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{2}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{8}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{4}$.

- Que tenga que lanzar la ruleta o el dado. Que al lanzar la ruleta salga gris oscuro o el gris mas claro. Que al lanzar el dado salga un número par o impar, entre otras.
- **2.** a. La probabilidad es $\frac{1}{16}$.
 - La probabilidad es $\frac{9}{16}$.
 - La probabilidad es $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.
 - La probabilidad es $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.
 - La probabilidad es $\frac{1}{9}$.
 - b. La probabilidad es $\frac{1}{25}$.
 - La probabilidad es $\frac{24}{25}$
 - La probabilidad es $\frac{1}{5}$.
 - La probabilidad es $\frac{4}{5}$.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que Javier saque a pasear a su perro e Ignacia a su hurón?
 La probabilidad es ¹/₉.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un helado sea preparado con baño de chocolate y en un cono?
 La probabilidad es ¹/₉.

¿Qué aprendí? (Páginas 160 y 161)

- **1.** A
- **3.** D
- **5.** C

- **2**. B
- **4.** D
- **6.** A
- **7.** a. El sueldo promedio que ganan. El nivel educacional que tienen.
 - b. Los 40 invitados de la fiesta.
 - c. El promedio de edad es 26,8 años.
 - 11 años.
 - 22 años.
 - La mediana, debido a la presencia de datos extremos
 - El promedio cambia, la moda y la mediana se mantienen. El promedio es más cercano al valor de la mediana.
 - La mediana o el promedio, ya que son parecidos.
 - Podría ser con histograma, agrupando los datos en intervalos o un diagrama de árbol donde el tallo es la decena.
 - Sí es posible, agrupando en intervalos.

- No, ya que el gráfico de línea se utiliza para monitorear una variable a través del tiempo que no es el caso.
- d. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- e. · Se realizó 1000 veces.
 - La frecuencia relativa debería ser 0,25.
 - La probabilidad es 0,255.
 - Debiera tender a 0,25
- f. La probabilidad es $\frac{2}{9}$.
- q. Amarilla
 - Azul
 - Roja o verde.



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN

